TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO
TAMPERE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

ATTE JÄSBERG
YLÄASTEEN OPPIMISKOKONAISUUS MATEMATIIKAN ULKONA OPETTAMISEEN

Diplomityö

Tarkastaja: Sirkka-Liisa Eriksson
Tarkastaja ja aihe hyväksytty
Luonnontieteiden tiedekuntaneuvoston
kokouksessa 03.06.2015

TIIVISTELMÄ

ATTE JÄSBERG: Yläasteen oppimiskokonaisuus matematiikan ulkona opettamiseen
Tampereen teknillinen yliopisto
Diplomityö, 126 sivua, 68 liitesivua
Huhtikuu 2016
Teknis-luonnontieteellinen koulutusohjelma
Pääaine: Matematiikka
Tarkastajat: Professori Sirkka-Liisa Eriksson
Avainsanat: matematiikan ulkona opettaminen, oppiaineiden integrointi

Ulkona opettaminen on huomioitu entistä selkeämmin uusissa vuoden 2016 perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa. Opetusta tulisi niiden mukaan viedä koulun seinien ulkopuolelle kaikissa oppiaineissa. Erityisesti perusteisiin uusina tulleet monialaiset oppimiskokonaisuudet luovat edellytyksiä tutkivalle ja autenttiselle oppimiselle. Jokaisen oppilaan tulisi suorittaa lukuvuodessa yksi monialainen oppimiskokonaisuus, mikä asettaa haasteita, sillä oppiaineiden integrointi ja oppimiskokonaisuuksien suunnittelu vaatii paljon resursseja. Tämän opinnäytetyön tavoitteena on tarkastella matematiikan ulkona opettamista kirjallisuuskatsauksen avulla. Koska matematiikan ulkona opettamiseen on tarjolla hyvin vähän varteenotettavia oppimateriaaleja, on tämän opinnäytetyön tavoitteena luoda monialainen oppimiskokonaisuus yläasteen matematiikan ulkona opettamiseen.

Ulkona opettamisen merkittävimpiä hyötyjä ovat yksilön kehitykseen sekä yhteistyötaitoihin liittyvät muutokset. Yksilön kehitys näkyy itsevarmuuden, itsetunnon ja opiskelumotivaation kehittyminä. Oppilaat pitävät ulkona tapahtuvasta oppimisesta. Oppilaille syntyy laajempi kokonaiskuva tarkasteltavasta aiheesta. Ulkona oppimisen kokemuksellisuus tekee oppimisesta merkityksellistä ja kehittää oppilaiden luontosuhdetta. Oppilaiden kokemukset vaihtelevat paljon, ja opetuksen kestolla on suuri vaikutus saavutettaviin hyötyihin. Ympäristön hyödyntäminen matematiikan integroinnissa vaikuttaa positiivisesti oppilaiden koulumenestykseen.

Matematiikan hyödyntäminen luonnontieteissä on hyvin monipuolista. Oppimateriaalissa pyritään tuomaan esille muutamia luonnon ja matematiikan suhdetta kuvaavia ilmiöitä, joista tunnetuimpia on Fibonaccin lukujonon esiintyminen luonnossa. Suuremmassa roolissa on kuitenkin luonnossa liikkumiseen ja tekemiseen liittyvät aiheet, joiden tarkoituksena on innostaa oppilaita huomaamaan matematiikkaa ympäristössään.

ABSTRACT

ATTE JÄSBERG: Study Module for Outdoor Education in Mathematics for Lower Secondary School
Tampere University of Technology
Diplomityö, 126 pages, 68 Appendix pages
April 2016
Master's Degree Programme in Science and Engineering
Major: Mathematics
Examiner: Professor Sirkka-Liisa Eriksson
Keywords: Outdoor education in mathematics, integrative learning

Outdoor education is taken into account more clearly than before in the 2016 national core curriculum for basic education. According to them education should be taken outside the classroom in every school subject. Especially the new multidisciplinary study modules, introduced in the new core curriculum, make way for inquiry-based and authentic learning. Every student should do one study module per year. That places challenges since integrative learning and designing of study modules require a lot of resources. The aim of this thesis is to research outdoor education in mathematics through literature review. Currently there are only few noteworthy study materials for outdoor education in mathematics. One objective of this thesis is to create multidisciplinary study module for outdoor education in mathematics for lower secondary school.

The most significant advantages of outdoor education are the changes in personal development and social skills. Personal development concerns self-confidence, self-esteem and study motivation. Pupils seem to like education outdoors and they develop a more comprehensive view of the topic being studied. The experiential nature of outdoor education makes learning meaningful and develops children's relationship with nature. Pupils' experiences are diverse and the duration of time outdoors plays a significant role considering the benefits. Utilisation of outdoors in integration of mathematics has a positive impact on pupils' success in school.

Mathematics is used widely in natural sciences. The study material strives to reveal some phenomena that embodies the relationship of mathematics and natural world, one of which is Fibonacci sequence, seen many places in nature. Though topics related to outdoor activities are the main topic. And the main objective is to inspire pupils to notice mathematics all around them.

ALKUSANAT

Idea matematiikan ulkona opettamiseen lähti opintojaksolta ”Matematiikan opetuksen erityiskysymyksiä”, jonka erään ryhmätyön aiheena oli ”Matematiikkaa luonnossa”. Luonto on ollut minulle monella tavoin tärkeä ja läheinen asia aivan pienestä pitäen, joten aihe herätti heti mielenkiintoni.

Halusin tehdä käytännönläheisen opinnäytetyön, jossa yhdistyy matematiikan integrointi muihin oppiaineisiin luonnossa. Uudet opetussuunnitelman perusteet tulivat kuin tilauksesta monialaisine oppimiskokonaisuuksineen, ja innostuin aiheesta entistä enemmän. Opinnäytetyötä tehdessä kävi ilmi, että matematiikan ulkona opettamista ei ole käytännössä tutkittu ollenkaan, mikä tuotti vaikeuksia sopivien lähteiden löytämisessä, mutta toisaalta myös uskossa omaan työskentelyyn. Olin kuitenkin pohtinut jo pitkään monenlaisia aiheita ja toteutustapoja matematiikan ulkona opettamiseen, joten päätin viedä työni loppuun poikkeavasta aiheesta huolimatta.

Johtuen elämäntilanteestani olen tehnyt opinnäytetyöni hyvin itsenäisesti. Haluan kiittää opinnäytetyöni ohjauksesta ja tarkastamisesta professori Sirkka-Liisa Erikssonia. Haluan kiittää myös rakasta vaimoani Eevaa tuesta loputtomalta tuntuvan kirjoitusprosessin aikana.

Kannonkoskella, 8.4.2016

Atte Jäsberg

SISÄLLYS

KUVALUETTELO

TAULUKKOLUETTELO

1. JOHDANTO

1.1 Opinnäytetyön tavoite

Opinnäytetyön tavoitteena on luoda oppimateriaali matematiikan ulkona opettamiseen. Työssä pyritään hyödyntämään ulkona opettamiseen liittyvää tutkimustietoa. Alan tutkimuksiin ja julkaisuihin pohjautuen opinnäytetyön tavoitteena on ottaa selvää ulkona opettamisen teoreettisista malleista sekä taustalla vaikuttavista teorioista. Lisäksi oppimateriaalin kehittämisessä on tarkoitus huomioida kansallisen perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden lähtökohdat sekä mahdolliset opetuksen käytännön toteutusta rajoittavat tekijät. Opinnäytetyön tutkimusongelmat voidaan muotoilla seuraavasti:

- Mitä ulkona opettaminen tarkoittaa, millaisia teoreettisia malleja ulkona opettamiseen liittyen on kehitetty ja miten niitä voitaisiin hyödyntää käytännössä?
- Mitä teorioita ulkona opettamiseen liittyy ja miten ne tulevat esille opetustilanteita suunniteltaessa ja toteuttaessa?
- Mitä hyötyä, tai mahdollisesti haittaa, ulkona opettamisesta on oppilaan ja opettajan näkökulmasta verrattuna perinteiseen (sisällä tapahtuvaan) opetukseen?
- Millaiset edellytykset opetussuunnitelma (erityisesti uusi) ja koulun käytännöt asettavat ulkona opettamiselle? Miten käytännön edellytyksiä voitaisiin parantaa?
- Millaisia oppimateriaaleja ja projekteja aiheeseen liittyen on toteutettu Suomessa?

Tutkimuskysymyksiin etsittyjen vastausten perusteella opinnäytetyön tuloksena on tarkoitus muodostaa oppimateriaalia varten teoreettinen tausta, mutta ennen kaikkea käytännönläheinen oppimistavoitteet, työskentelymenetelmät ja muut käytännön toteutukseen liittyvät yksityiskohdat huomioiva perusta. Oppimateriaalissa on opetuksellisen sisältönsä lisäksi tarkoitus ottaa kantaa myös oppimisen arviointiin, käytettäviin työvälineisiin, oppiaineiden integrointiin sekä siihen, miten kohderyhmä ja opettajat saadaan innostumaan oppimateriaalista.

1.2 Opinnäytetyön ajankohtaisuus – ulkona opettaminen suosiossa laajalti

Opinnäytetyöstä tekee ajankohtaisen erityisesti uudet peruskoulun opetussuunnitelman perusteet. Perusteet luovat useita suoria ja epäsuoria edellytyksiä ulkona opettamiselle (ks. luvut 2.3, 2.5.2 ja 2.6). Ennen kaikkea perusteissa kannustetaan hyödyntämään uudenlaisia oppimisympäristöjä ja menemään luokkahuoneen ulkopuolelle. Matematiikan oppiainekohtaisissa tavoitteissa mainitaan matematiikan soveltaminen muissa oppiaineissa sekä ympäröivässä yhteiskunnassa. Tavoitetta voitaneen pitää erityisen tärkeänä, jopa verrattuna muihin tavoitteisiin, koska siihen liittyy kaikki laaja-alaiset osaamisen osa-alueet sekä kaikki matematiikan keskeiset sisältöalueet.

Ulkona opettamiseen liittyy olennaisesti useita sellaisia oppimisnäkemyksiä, jotka tulevat esille myös uusissa opetussuunnitelman perusteissa. Uusissa perusteissa on havaittavissa siirtymä formaalista oppimisesta kohti non-formaalia oppimista. Tämä tulee esille oppimisympäristöjen ja koulun ulkopuolisten toimijoiden kanssa tehtävän yhteistyön kohdalla. Siirtymä vaatii uudenlaisia opetusmenetelmiä. Formaalia ja informaalia oppimista ei tulisi nähdä toistensa vastakohtina, vaan jatkumona, mikä tulee esille erityisesti eheyttämisessä, joka on yksi uusien perusteiden keskeisimmistä muutoksista.

Oppiaineiden integrointi eli eheyttäminen näkyy perusteissa kauttaaltaan, mutta erityisesti se tulee ilmi monialaisissa oppimiskokonaisuuksissa, joita kunkin oppilaan tulisi suorittaa vähintään yksi lukuvuoden aikana. Ulkona opettaminen tarjoaa erityisen hyvät mahdollisuudet oppiaineiden integrointiin. Oppiaineiden integroinnin katsotaan yleisesti tarjoavan huomattavan määrän hyötyjä oppimisen kannalta, mutta integroinnin koetaan vaativan liikaa resursseja. Erään tutkimuksen mukaan matematiikan osalta toimii parhaiten ns. kontekstuaalinen integrointi, jossa integrointi on aina sidottu johonkin asiayhteyteen, esimerkiksi arkielämän ongelmiin. Matematiikan yhdistäminen arkielämään tekee oppimisesta merkityksellistä.

Kokemuksellinen oppiminen on ulkona oppimisen keskiössä. Suoran kokemuksen avulla opittu asia jää helposti mieleen. Opettajaa tarvitaan kuitenkin oppimisen tukena. Deweyn kokemuksellisen oppimisen syklissä vuorottelevat konkreettinen kokeminen, reflektiivinen havainnointi, abstrakti käsitteellistäminen ja aktiivinen kokeilu. Opettaja ja oppilas kokevat yhdessä, mutta opettajan laajempi kokemusmaailma toimii oppilaan havainnoinnin ja käsitteellistämisen tukena. Opetussuunnitelman perusteiden mukaan kokemuksellinen oppiminen tukee myös taitojen oppimista. Kokemuksellisuutta luodaan perusteiden mukaan oppimisympäristöjen ja työtapojen avulla. Esimerkiksi aistien monipuolinen käyttö ja liikkuminen tukevat kokemuksellisuutta ja motivaatiota. Matematiikassa kokemuksellisuus tulee perusteissa esille käytännönläheisyyden ja toiminnallisuuden sekä arkielämän sovellusten kautta.

Opetussuunnitelman perusteiden uudistumisen lisäksi ulkona opettaminen ja siihen läheisesti liittyvät oppimisnäkemykset ovat nousseet esille mediassa hiljattain. Oppilaita viedään yhä enemmän oppimaan metsäympäristöön (ks. [2, 49, 60]). Myös matematiikkaa opetellaan ulkona. Ulkona opettamiseen liittyy läheisesti koulun ulkopuolisten toimijoiden hyödyntäminen. Tällaisia ovat uutisten mukaan esimerkiksi luontokoulujen opettajat ja ns. metsämartat. Keskeisessä roolissa on oppimisen ilo, erilaisten luonnosta löytyvien esineiden, ilmiöiden ja rakenteiden hyödyntäminen, yhteistoiminnallisuus ja kokemuksellisuus. Ulkona opettaminen näkyy pääasiassa ala-asteella. Asiantuntijat ovat huolestuneita lasten luontosuhteesta, jonka katsotaan heikentyneen viime vuosina [71]. Tilanteen korjaamiseksi kouluissa tulisi siirtää opetusta luontoon. Asiantuntijat katsovat, että ulkona oppiminen tukee lasten hyvinvointia merkittävästi ja luonnon arvostus syntyy ainoastaan kokemusten kautta. Opetuksessa voidaan siirtyä ulos luokkahuoneista ja koulurakennuksista uuden digitekniikan myötä (ks. [52]). Uudenlaiset tilaratkaisut kannustavat yhteistoiminnalliseen oppimiseen.

2. ULKONA OPETTAMISEN TEORIA JA LÄHTÖKOHDAT

Tässä luvussa on esitelty ulkona opettamisen määritelmiä sekä sen teoreettista taustaa. Lisäksi pohditaan ulkona opettamisen motiiveja sekä yleisesti että matematiikan opettamisen kannalta. Lähtökohtana motiiveille on aiheeseen liittyvät aiemmat tutkimukset sekä opetussuunnitelman perusteiden yleinen osuus ja matematiikan oppiainekohtaiset tavoitteet ja sisällöt. Tarkastelussa esille nousevia ulkona opettamisen taustalla vaikuttavia oppimisen teorioita ja oppimisnäkemyksiä käsitellään tarkemmin luvussa 2.6 (s. 54).

2.1 Ulkona opettaminen – määritelmä ja mallit

Ulkona opettaminen (eng. outdoor education) on hyvin laaja käsite, minkä puolesta puhuvat englanninkielisessä kirjallisuudessa käytettävät useat synonyymit, kuten ulkona oppiminen (eng. outdoor learning), ajanvietto ja virkistäytyminen ulkona (eng. outdoor recreation), seikkailukasvatus (eng. outdoor adventure education), ympäristökasvatus (eng. environmental education) ja opettaminen luokkahuoneen ulkopuolella (eng. education outside the classroom) [32, s. 1][58, s. 5-6][59]. Tarkkaa määrittelyä hankaloittaa Neillin mukaan etenkin ulkona opettamisen käytännön poikkeavuudet eri kulttuurien ja paikallisten olosuhteiden välillä [58]. Ulkona opettamisen käsitteen laajuus tulee esille erilaisten tavoitteiden ja toimintaympäristöjen kautta [32, s. 2]. Esimerkiksi kaupungeissa työskentelevät opettajat saattavat hyödyntää opetuksessaan koulun piha-aluetta tai vaikkapa läheistä puistoa. Toisaalta opettaja, jolla on kokemusta tai koulutusta seikkailullisiin aktiviteetteihin, saattaa tavoitella oppimistuloksia hyödyntäen kyseisiä taitoja, joko kaupunkiolosuhteissa tai keskellä luontoa.

Yhteistä ulkona opettamisen eri muodoille on kuitenkin se, että oppimistuloksia tavoitellaan luokkahuoneen ulkopuolella yhdessä opettajan kanssa [32, s. 2]. Ulkona opettamisen kannalta toimintaympäristön valinnalla on suuri merkitys, kuten myös käytettävillä opetusmenetelmillä. Valitussa toimintaympäristössä tavoitteena on, että oppilaat näkisivät yhteyden paikan ja fyysisen todellisuuden välillä.

Ulkona opettamiseen liittyy olennaisesti opettajan ja oppilaan vapaamuotoinen näkökulmien vaihto [32, s. 2]. Näin oppilaat luovat itselleen kuvaa maailmasta perustuen omiin kokemuksiinsa. Ulkona opettamiseen liittyykin siis läheisesti konstruktiivinen pedagogiikka. Sen mukaan oppilas rakentaa aktiivisesti omaa tiedollista käsitystään ympäröivästä todellisuudesta [79, s. 32-34].

Ulkona opettamisen yksi ensimmäisistä, vuonna 1958, esitetyistä määritelmistä kuuluu seuraavasti [21, s. 63]:

> Ulkona opettaminen tapahtuu ulkona, liittyy luontoon ja on luonnon hyväksi.

Priest[1] on selvittänyt määritelmää seuraavasti kolmessa osassa [78, s. 13]:

- ”Opettaminen tapahtuu ulkona” viittaa ulkona opettamisen oppimisympäristöön - oppiminen tapahtuu ulkotiloissa.
- ”Liittyy luontoon” merkitsee oppimisen kohdetta - oppia luonnosta.
- ”On luonnon hyväksi” kuvaa oppimisen tarkoitusta - Maan rajallisten luonnonvarojen arvostaminen.

Priestin mukaan määritelmää on arvosteltu useista syistä, mutta ensinnäkin siksi, että ulkona opettamisen ei tulisi olla täysin rajattu ulkona tapahtuvaksi (kuten määritelmässä), vaan siihen voi liittyä myös sisätiloissa tapahtuvaa opetusta [78, s. 13]. Toisekseen joidenkin mielestä ulkona opettamiseen liittyy muutakin kuin luonnosta oppiminen. Tällaisina oppimistavoitteina pidetään Priestin mukaan sekä yksilön tietoisuutta omasta henkilökohtaisesta ympäristöstään että kasvamista yhteiskunnan jäseneksi. Ulkona opettamisen tavoite ei myöskään ole ainoastaan tehdä oppilaista luonnosta huolta kantavia kansalaisia, vaan kannustaa itsenäiseen oppimiseen, vapaaseen ajatteluun sekä itsenäiseen ongelmanratkaisuun. Priestin mukaan esitetty määritelmä on vallinnut Pohjois-Amerikassa ulkona opettamisen perustana lähes kolme vuosikymmentä, 1950-luvun lopusta aina 1980-luvun loppupuolelle.

Priestin oma määritelmä luonnossa opettamiselle on seuravanlainen [78, s. 13]:

[1] Simon Priest on toiminut Brockin yliopistossa, Kanadassa, seikkailukasvatuksen professorina. Hän on vaikuttanut kansainvälisesti seikkailukasvatuksen edistämiseen luennoiden sekä kirjoittamalla kirjoja ja artikkeleja ulkona opettamiseen ja kokemukselliseen oppimiseen liittyen. Priest väitteli tohtoriksi vuonna 1986 Oregonin yliopistossa, aiheena ulkona opettaminen

> Ulkona opettaminen on kokemuksellinen tekemällä oppimisen prosessi. Se sijoittuu pääasiassa luokkahuoneen ulkopuolelle. Ulkona opettamisen painopiste on ihmisen ja luonnon välisillä suhteilla.

Priestin määritelmä pohjautuu kuuteen väittämään liittyen ulkona opettamiseen [78, s. 13]:

Ulkona opettaminen

1. on menetelmä oppimiseen
2. on kokemuksellista
3. tapahtuu pääasiassa ulkona
4. edellyttää kaikkien aistien ja kehityksen osa-alueiden käyttöä
5. pohjautuu oppiaineita integroivaan opetussuunnitelmaan
6. liittyy ihmisen ja luonnon väliseen suhteeseen.

Ensimmäistä väittämäänsä Priest perustelee Julian Smithiä lainaten: ”(ulkona opettaminen) on oppimisilmapiiri parhaiten ulkona opittavia asioita varten.” [78, s. 13][123]. Toinen väittämä koskee kasvatusajattelijoiden kuten Comeniuksen, Rousseaun sekä Deweynkin edustamaa kantaa merkityksellisten kokemusten tärkeydestä oppimisprosessissa. Priest viittaa L. B. Sharpin tunnettuun lausumaan, jonka mukaan se mikä voidaan parhaiten oppia luokkahuoneessa, tulisi siellä opettaa ja se mikä voidaan parhaiten oppia ollessa suoraan kosketuksissa oppimisympäristölle ominaisiin elementteihin ja tilanteisiin, tulisi opettaa luokkahuoneen ulkopuolella [78, s. 14][120].

Kolmannen väittämän mukaan opetuksen tulisi tapahtua pääasiassa ulkona, mutta Priest painottaa myös mahdollisten peruskäsitteiden, teorian opiskelua, materiaalien valmistelua sekä ylipäätään suunnittelua sisällä ennen ulkona tapahtuvaa oppimistapahtumaa [78, s. 14]. Joka tapauksessa juuri ulkona tapahtuva toiminta on ulkona opettamisessa tärkeää inspiraation kannalta. Toisen ja neljännen väittämän välinen yhteys tulee esille siten, että oppimistapahtuman kokemuksellisuuden edellytyksenä on aistien (näkö-, kuulo-, maku-, tunto- ja makuaisti sekä intuitio) tehokas käyttö sekä oppimisen kolmen ulottuvuuden (kognitiivinen, affektiivinen ja motorinen) sisällyttäminen oppimistapahtumaan.

Viidennen väittämän mukaisesti Priest painottaa oppiaineiden integrointia [78, s. 14]. Huomionarvoista on, että oppisisältöjen ei kuitenkaan tarvitse välttämättä olla koulun virallisen opetussuunnitelman mukaisia. Priest tarkentaa tämän liittyvän koulun ulkopuolisten toimijoiden, kuten kerhojen, järjestämiin non-formaaleihin oppimistapahtumiin.

Tärkeimpänä Priest pitää kuudetta väittämää [78, s. 14]. Väittämässä mainittu ihmisten ja luonnon välinen suhde ei liity ainoastaan luonnon resursseihin, vaan myös ihmisiin ja yhteiskuntaan. Priest jakaa suhteet neljään kategoriaan, jotka ovat: ihmissuhde (eng. interpersonal), suhde omaan itseen (eng. intrapersonal), suhde ekosysteemiin (eng. ecosystemic) ja suhde luontoon (eng. ekistic). Ihmissuhde liittyy ihmisten väliseen kanssakäymiseen; kommunikointiin ja luottamukseen toimiessa ryhmässä. Suhde omaan itseen käsittää itsenäisyyden tuntemuksen, minäkäsityksen sekä käsityksen omista kyvyistä ja rajoista. Suhde ekosysteemiin liittyy laajasti ekosysteemin erilaisten rakenteiden ja prosessien hahmottamiseen. Suhde luontoon ilmenee ihmisten ympäristöönsä kohdistavana toimintana; kuinka ihmiset vaikuttavat toimillaan luonnon resursseihin sekä sen myötä syntyviin mahdollisiin vaikutuksiin.

Linköpingin yliopiston kansallisen ulkona opettamisen keskuksen (National Centre for Outdoor Education, Linköping University) tutkimusryhmän määritelmä on kenties ainoita Pohjoismaissa luonnosteltuja määritelmiä ulkona opettamiselle [135]:

> Ulkona opettaminen on lähestymistapa, joka pyrkii oppimiseen kokemuksen ja reflektion vuoropuhelun avulla. Reflektio perustuu konkreetteihin kokemuksiin autenttisissa tilanteissa.
>
> Ulkona opettaminen on myös poikkitieteellinen tutkimus- ja koulutusala, jossa painottuu muun muassa
>
> - oppimisympäristön siirtäminen koulun ulkopuolelle, yhteiskuntaan, luonnolliseen ja kulttuuriseen ympäristöön
> - havaintoihin perustuvien kokemusten sekä perinteisen kirjoista oppimisen vuoropuhelu
> - paikan eli oppimisympäristön merkitys.

Ulkona opettamiseen liittyen on olemassa useita malleja, joissa on huomioitu esimerkiksi ulkona opettamiseen läheisesti liittyviä oppimisen teorioita sekä osassa myös käytännönläheisempiä asioita kuten ulkona opettamisen yleisiä tavoitteita, tarkemmin määriteltyjä oppimistavoitteita sekä erilaiset oppimisympäristöt luokkahuoneen ulkopuolella. Kenties tunnetuin ja käytetyin tällaisista malleista on Priestin vuonna 1986 esittämä teoreettinen malli ulkona opettamiselle [58, s. 6-7][78].

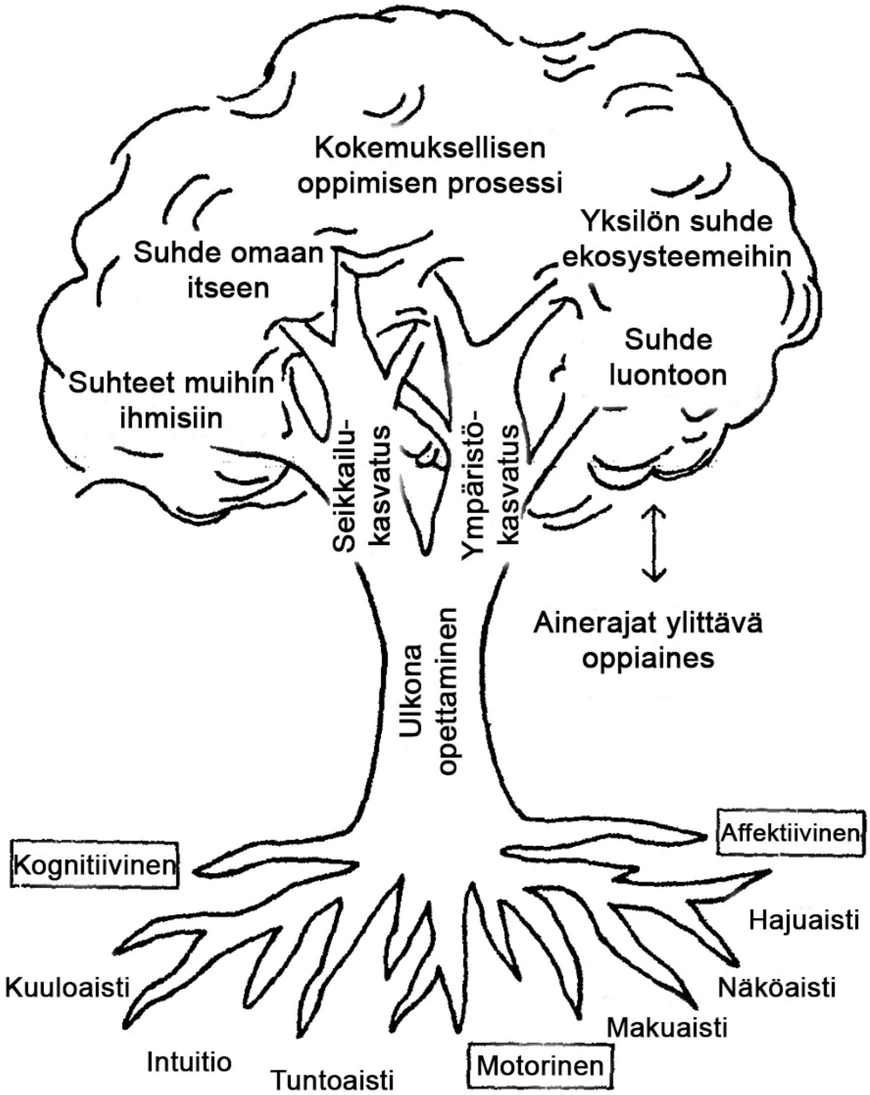
2.1.1 Priest: Ulkona opettamisen puu

Priest tunnistaa kaksi vallitsevaa näkökulmaa ulkona opettamiseen [78, s. 14]. Ensinnäkin seikkailukasvatus (eng. adventure education) on perinteisesti keskittynyt sekä ihmisten välisiin suhteisiin että ihmisen suhteeseen omaan itseensä. Priest toteaa seikkailukasvatuksen onnistuneen tuottamaan positiivisia muutoksia yksilöissä luonnossa kohdattujen haasteiden kautta. Ympäristökasvatus (eng. environmental education) on taas keskittynyt sekä yksilön ja ekosysteemien väliseen suhteeseen että luontosuhteeseen. Ympäristökasvatus on synnyttänyt kunnioitusta elävää maailmaa kohtaan sekä tuonut esille eettisiä perusteita luonnon säilyttämiselle ihmiskunnan näkökulmasta.

Priestin teoriassa yhdistyy kaikki neljä edellä mainittua suhdetta [78, s. 14]. Lisäksi teoriassa on suuressa roolissa ulkona opettamiseen liittyvä kokemuksellisuus, joka tulee esille kokemuksellisen oppimisen (eng. experiential learning) sekä kaikkien aistien ja kehityksen osa-alueiden huomioonottamisessa. Ulkona opettamisen mallinsa Priest on esittänyt puumallina, jolle hän on antanut nimen Ulkona opettamisen puu (eng. The Outdoor Education Tree) (ks. kuva 2.1, s. 9).

Puun kaksi päähaaraa ovat edellä mainitut seikkailukasvatus ja ympäristökasvatus [78, s. 14]. Puun lehdet vastaavat kokemuksellisen oppimisen prosessia: fotosynteesin tavoin lehdet saavat energiansa Auringosta ja tarvittavat mineraalit puu saa sekä ilmasta että juurien avulla maaperästä. Aurinko viittaa oppimisympäristönä toimivaan ulkoilmaan, luontoon. Aurinko säteilee Priestin sanoin inspiraatiota kaikkiin puun osiin. Puun ympäröivä ilma kuvastaa ainerajat ylittävää oppiainesta (eng. interdisciplinary curriculum matter), johon ulkona opettamisen ohjelma perustuu. Oppimisprosessin ja oppisisällön välistä vuorovaikutusta Priest vertaa puun ja sen ympäröivän ilman kaasujenvaihtoon. Maaperä koostuu sekä aisteista että oppimisen osa-alueista, joista kokemuksellinen oppiminen saa suuntaviivansa. Kokemusten kautta tapahtuva oppiminen varastoituu edelleen puun juuriin.

Priest esittää puun kaikkien osa-alueiden yhteenkuuluvuuden analogian avulla: kiipesipä puuhun kumpaa tahansa haaraa pitkin, on kosketuksissa kaikkiin ulkona opettamisen suhteisiin sekä kokemukselliseen oppimiseen. Suhteet eivät ole siis toisiaan poissulkevia, vaan ne kulkevat ainakin jossain määrin käsi kädessä.



Kuva 2.1 *Priestin "ulkona opettamisen puu" [78, s. 15].*

2.1.2 Rickinson et al.: Ulkona opettamisen käsitteellinen malli kirjallisuuskatsausta varten

Rickinson et al.[2] ovat määritelleet ulkona opettamiselle hyvin käytännönläheisen käsitteellisen mallin laajaa systemaattista kirjallisuuskatsaustaan varten [115, s. 15]. Tutkijat painottavat, että mallissa esitettyä kategorisointia ei suinkaan ole luotu ulkona opettamisen määrittelyä varten, vaan kirjallisuuskatsauksen viitekehykseksi.

[2]Apulaisprofessori Mark Rickinson työskentelee Monashin yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnassa. Hän on aiemmin työskennellyt tutkijana Oxfordin yliopistossa. Rickinsonin tutkimuskohteena ovat esimerkiksi ulkona oppiminen sekä ympäristökasvatus. Justin Dillon toimii luonnontieteiden opetuksen ja ympäristökasvatuksen professorina Bristolin yliopistossa. Yksi hänen tutkimusaiheitsaan on luonnontieteiden oppiminen koulun ulkopuolella, erityisesti tiedekeskuksissa ja museoissa.

Malli koostuu kolmesta osa-alueesta, joita ovat ulkona opettamisen painoalueet (eng. foci), oppimistavoitteet (eng. outcomes) sekä toimintaympäristöt (eng. locations). Seuraavassa on esitetty mallin käytännönläheinen lähestymistapa:

Painoalueet:

- luonnosta oppiminen, kuten ympäristöopin kenttätutkimuksessa
- yhteiskunnasta oppiminen, kuten yhteisöllisissä puutarhahankkeissa
- yhteiskunnan ja luonnon vuorovaikutuksen hahmottaminen
- omasta itsestä oppiminen, kuten terapeuttisessa seikkailukasvatuksessa
- muista oppiminen, kuten pienryhmässä tehtävissä kenttätöissä
- uusien taitojen oppiminen, kuten seikkailullisissa ulkoilma-aktiviteeteissa.

Oppimistavoitteet:

- tietoa ja ymmärrystä maantieteellisistä prosesseista ja ruuan tuottamisesta
- asenteita tulevaisuutta, perhettä tai kanssaihmisiä kohtaan
- arvoja ja tunteita ympäristöä ja itseä kohtaan
- taitoja, kuten suunnistaminen ja kommunikaatio
- käytösmalleja ryhmätoimintaan tai henkilökohtaista selviytymistä varten
- henkilökohtainen kehitys, kuten omatunto ja henkilökohtainen tehokkuus.

Toimintaympäristöt:

- koulupiha tai koulun viheralueet
- erämaa-alueet
- kaupunkialue
- maaseudun tai kaupungin maatilat/tuotantopaikat
- puistot ja puutarhat
- oppimis- ja luontokeskukset.

Mallissa esitetyt kohdat ovat ainoastaan esimerkkejä siitä, mitä ulkona opettaminen voi sisältää [115, s. 16]. Mallissa on huomioitu myös kolme toisistaan poikkeavaa ulkona opettamisen aktiviteettia, jotka ovat:

kenttätyöskentely ja luonnossa vierailut, joiden tavoitteena on useimmiten esim. maantietoon tai ympäristötietouteen liittyvien oppisisältöjen oppiminen luontokeskuksissa, maatiloilla tai puistoissa

seikkailukasvatus, jossa keskitytään seikkailullisiin aktiviteetteihin oppilaille epätavanomaisissa toimintaympäristöissä, pääasiallisten oppimistavoitteiden ollessa henkilökohtainen sekä sosiaalinen kehitys

koulupihassa toteutettavat ja yhteisölliset projektit, joissa opetussuunnitelman mukaiset sekä oppiainerajoja ylittävät oppimisaktiviteetit tapahtuvat koulun läheisyydessä, oppimissisältöjen ollessa esim. aktiiviinen kansalaisuus.

Tutkijat huomauttavat, että ulkona opettamisen käsitteelliseen malliin ei kuulu sisätiloissa tapahtuvat oppimistapahtumat, normaalisti toteutettu opetussuunnitelman mukainen koululiikunta eikä virtuaaliset kenttävierailut [115, s. 16]. Tavoitteiden, oppisisältöjen, toimintaympäristöjen ja aktiviteettien lisäksi tutkijat ovat määritelleet neljä oppimisen osa-aluetta, jotka ovat:

kognitiivinen: tieto, ymmärrys ja muut akateemiset oppimistavoitteet

affektiivinen: asenteet, arvot, uskomukset ja käsitys omasta itsestä

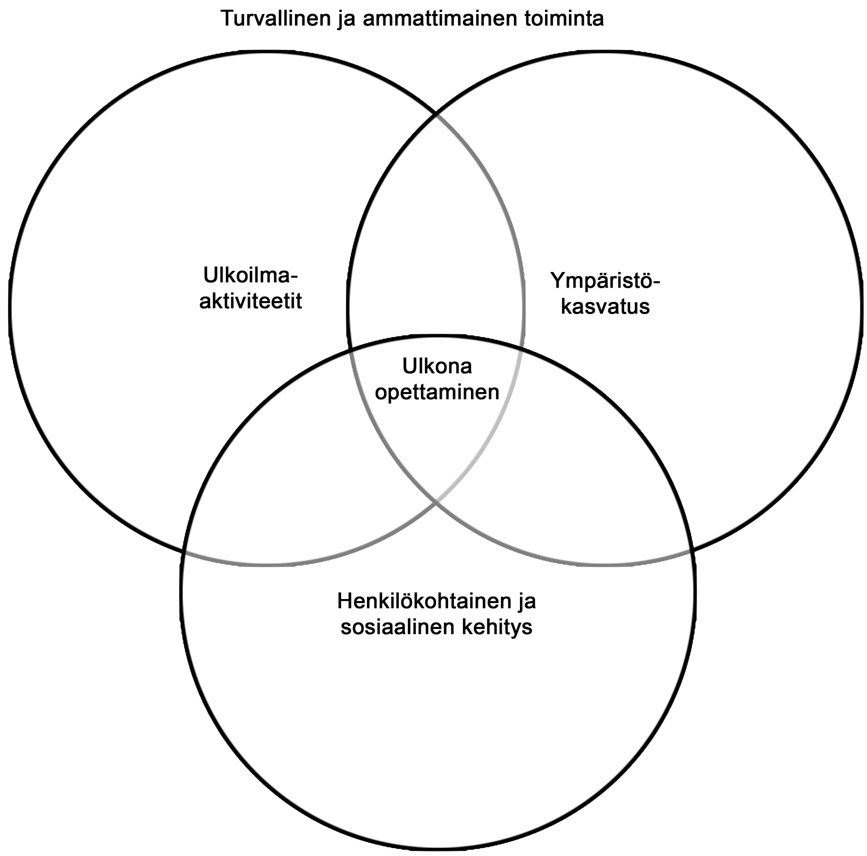
ihmisten väliset suhteet ja sosiaalisuus: kommunikaatio-, johtamis- ja ryhmätaidot

fyysinen toimintakyky ja käyttäytyminen: liikunta, fyysiset kyvyt, käyttäytyminen yksilönä ja ryhmässä.

Vaikka kyseessä ei olekaan ulkona opettamisen määritelmä, antaa se erinomaisen kokonaiskuvan ulkona opettamisesta. Ulkona opettaminen voi olla hyvin vaihtelevaa sen yleisten tavoitteiden, oppimistavoitteiden sekä toimintaympäristöjen suhteen. Viitekehyksestä käy ilmi ulkona opettamisen vaikutus oppimiseen kaikilla neljällä esitetyllä oppimisen osa-alueella.

2.1.3 Higgins et al.: Ulkona opettamisen osa-alueet ja laajuus

Higgins et al.[3] esittävät ulkona opettamisen muodostuvan kolmen toisiaan sivuavan osa-alueen keskiössä (ks. kuva 2.2, s. 12) [33, s. 6]. Mallin mukaan ulkona opettaminen koostuu ulkoilma-aktiviteeteista (eng. outdoor activities), ympäristökasvatuksesta (eng. environmental education) sekä henkilökohtaisesta ja sosiaalisesta kehityksestä.



Kuva 2.2 *Ulkona opettamisen osa-alueet ja laajuus [32, s. 1].*

Higgins et al. katsovat ulkona opettamisen tavoitteeksi stimuloida henkilökohtaista ja sosiaalista kehitystä [33, s. 6]. Käytännössä tämä tapahtuu heidän mukaansa fyysisten, akateemisten, esteettisten, hengellisten, sosiaalisten ja ympäristöön liittyvien oppisisältöjen avulla. He pitävät tärkeänä, että ulkona opettaminen ei ole ainoastaan ajanviettämistä ulkona ja että opetuksen järjestäjällä on myös kokemusta ulkoiluun liittyen. Higgins et al. painottavat, että ulkona opettamisessa tuleekin

[3] Peter Higgins on ulkona opettamisen ja ympäristökasvatuksen professori Edinburghin yliopistossa. Higgins toimii monin tavoin ulkona opettamisen edistämiseksi sekä kansallisesti että kansainvälisesti. Edinburghin yliopisto on kansainvälisellä tasolla ainutlaatuinen ulkona opettamisen koulutusta tarjoava sekä tutkimusta edistävä taho. Chris Loynes työskentelee Cumbrian yliopistossa ulkona opettamisen professorina. Hänen tutkimuskohteitaan ovat kokemuksellinen oppiminen ja ulkona opettamisen historiallinen ja kulttuurillinen analyysi.

yhdistyä kaikki kolme: ulkoilma, seikkailu ja opetus.

Mallin mukaan oppimiseen liittyvä prosessi on kokemuksellinen (kokemuksellinen oppiminen) [33, s. 6]. Jotta kokemuksella olisi tehoa oppimisen kannalta, tulee sen olla suoraa. Toisin sanoen oppija kokee itse oppimisen kohteena olevan asian sen sijaan, että joku muu välittäisi (perinteinen opetus) sen hänelle. Opettaja tai järjestäjä toimii kuitenkin oppimisen tukena, oppaana. Kokemuksellisen oppimisen tulisi tietyn aiheen oppimisen lisäksi lisätä oppijan vastuuta oppimisestaan sekä syventää luottamusta omaan arvostelukykyyn ja kehittää oppijan kykyä ohjata omaa elämäänsä [33, s. 7].

Suoraan kokemukseen liittyy Higgins et al. mukaan kuitenkin aina fyysiseen ja henkiseen terveyteen liittyviä riskejä, jotka tulee minimoida ammattimaisesti [33, s. 6]. Huomattavaa on myös, että oppimisympäristöä tulee suojella ylimääräiseltä kulumiselta [33, s. 7]. Kyseiseen näkökulmaan liittyy luonnollisesti myös osallistujien ohjaaminen luonnon arvostamiseen. Higgins et al. viittaavat perinteiseen norjalaiseen ulkona opettamiseen (norj. frilutsliv), jonka tavoitteena on lähentää osallistujien suhdetta luontoon kannustamalla yksinkertaiseen elämäntapaan ja luoda osallistujille kuva luonnosta kulttuurimme alkukotina.

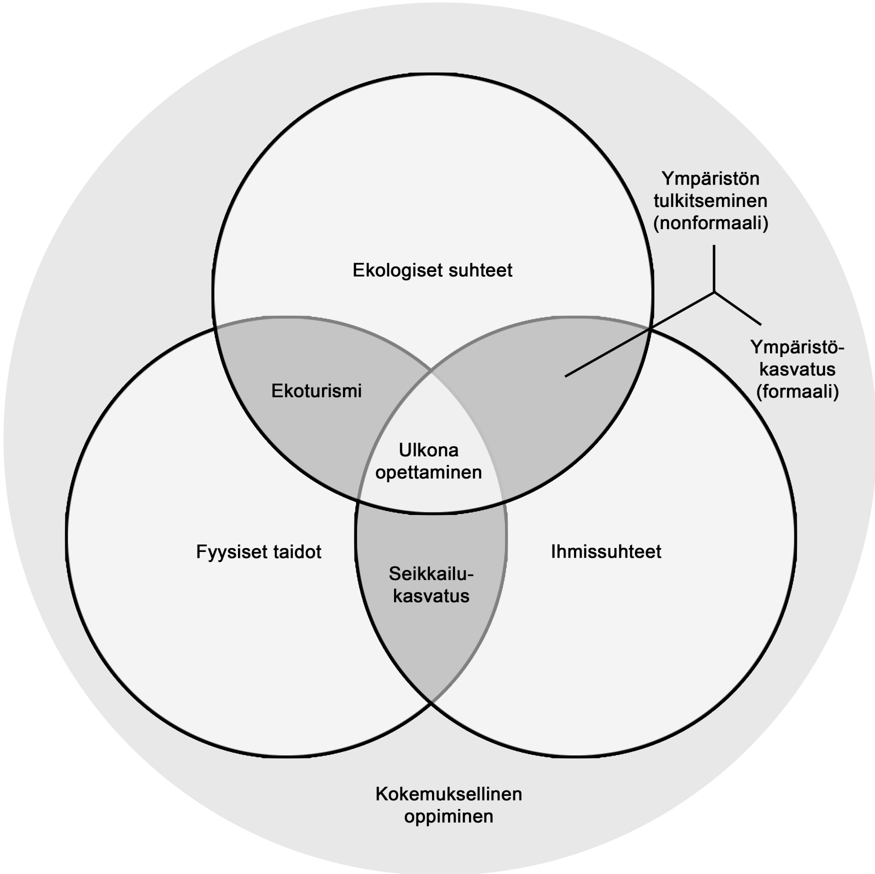
2.1.4 Gilbertson et al.: Ulkona opettamisen malli

Gilbertson et al.[4] katsovat ulkona opettamisen keskittyvän kolmeen pääteemaan, jotka ovat: ekologiset suhteet, fyysisten taitojen kehittyminen ja ihmissuhteiden kehittyminen [24, s. 5]. Gilbertson et al. esittävät mallinsa hyvin samalla tavalla kuin Higgins et al., edellä mainittujen kolmen pääteeman leikkauksena (ks. kuva 2.3, s. 14).

Gilbertson et al. pitävät tärkeänä ekologisten suhteiden, kuten kasvien ja eläinten vuorovaikutuksiin liittyvien mallien ymmärtämistä [24, s. 5]. He huomauttavat, että luonnosta oppiminen ei suinkaan ole tärkeintä, mutta tiettyjen perustietojen ymmärtäminen voi tehdä kokemuksesta kokonaisuudessaan merkittävämmän. Oppimissisällöt vaihtelevat sen mukaan millaisessa ympäristössä opetus tapahtuu: esimerkiksi jokimelonnan yhteydessä voidaan tutkia, miten joen geologiset piirteet vaikuttavat joen käyttäytymiseen, ja vaeltamisen yhteydessä voidaan opetella, miten kasvillisuus vaikuttaa tiettyjen lajien esiintymiseen vuodenaikojen mukaan.

Fyysisten taitojen kehittymisestä Gilbertson et al. antavat esimerkkinä melonnan,

[4] Ken Gilbertson työskentelee Minnesota Duluthin yliopistossa kasvatustieteiden tiedekunnassa professorina. Hänen erityistietämystään ovat ulkona opettaminen, ympäristökasvatus nonformaaleissa oppimisympäristöissä sekä seikkailukasvatus.



Kuva 2.3 *Ulkona opettamisessa yhdistyy useita eri osa-alueita [24, s. 6].*

vaeltamisen/retkeilyn ja ratsastamisen [24, s. 5]. He mainitsevat luonnossa selviytymisen perustaitojen hallitsemisen edellytyksenä henkilökohtaiselle viihtyvyydelle, ja näin ollen edellytyksenä ulkona opettamisen jatkumolle. Näin on mahdollista edetä luonnossa liikkumisen vaativampien taitojen, kuten esimerkiksi koskimelonnan tai jääkiipeilyn, opetteluun. Taitojen oppimisen edelletyksenä on Gilbertson et al. mukaan kuitenkin huolellinen tutustuminen varusteiden käyttöön [24, s. 6].

Gilbertson et al. mukaan ulkona opettamiseen ei välttämättä aina liity ekologisten suhteiden oppiminen tai fyysisten taitojen kehittäminen, vaan pääasiallisena tavoitteena voi aivan hyvin olla myös ihmisten välisten suhteiden kehittäminen sekä omasta itsestä oppiminen [24, s. 6]. He väittävät ihmissuhteiden kehittämisen olevan opettamisen kannalta aivan vastaavaa kuin perinteisessä, luokkahuoneessa tapahtuvassa, opetuksessa. Opettajan tai ohjaajan tavoitteena on haastaa yksilölliseen sekä ryhmässä tapahtuvaan oppimiseen, rakentaa ryhmän sisäistä koheesiota, mutta myös saavuttaa oppitunnin opetuksellinen tavoite.

Kuten muissakin ulkona opettamisen malleissa, Gilbertson et al. luomassa mallissa kokemuksellisella oppimisella on merkittävä rooli [24, s. 6]. Gilbertson et al. samaistavat kokemuksellisen oppimisen ja suoraan välittyvän kokemuksen. Ulkona opettamisessa on tärkeää olla ulkona ja kokea suoraan opetettava asia sen sijaan, että vain puhuttaisiin sisällä aiheeseen liittyen.

2.1.5 Neill: Ulkona opettamisen systeemiteoreettinen viitekehys

Neillin[5] mukaan ulkona opettaminen voidaan nähdä erilaisten systeemien välisenä vuorovaikutuksena (eng. interaction) [58, s. 41]. Neill toteaa, että aiemmista ulkona opettamisen teorioista ja malleista puuttuu ulkona opettamiseen läheisesti liittyvien teorioiden integraatio sekä ristiviittaukset. Aiemmat esitykset ovat tutkijan mielestä onnistuneet kuitenkin tuomaan esille ulkona opettamisen holistisen ja vuorovaikutteisen luonteen. Neill pyrkii väitöskirjassaan luomaan systeemiteoreettisen viitekehyksen ulkona opettamiselle. Systeemiteoria on poikkitieteellinen ala, joka tutkii monimutkaisia systeemejä esimerkiksi yhteiskunnassa [148]. Sen avulla pyritään analysoimaan ja kuvaamaan joukkoa objekteja, jotka toimivat yhdessä jonkin yhteisen päämäärän saavuttamiseksi. Neill perustelee systeemiteoreettista lähtökohtaa ulkona opettamisen interaktiivisuudella, joka näkyy siten, että ulkona opettamisen painopiste oppimisen suhteen liittyy erilaisiin vuorovaikutuksiin [58, s. 41-42]. Vuorovaikutuksellisia näkökulmia on tutkijan mukaan sovellettu myös ulkona opettamisen taustalla vaikuttaviin oppimisen teorioihin, kuten kokemukselliseen oppimiseen, liittyen.

Neill esittää seitsemän osa-aluetta, jotka muodostavat ulkona opettamisen systeemiteoreettisen viitekehyksen [58, s. 42]. Osa-alueet perustuvat aiempiin ulkona opettamisen teorioihin ja malleihin, mutta eivät Neillin mukaan sulje pois muita mahdollisia osa-alueita. Neillin viitekehyksen osa-alueet ovat seuraavat [58, s. 42-43]:

1. **yksilö:** kunkin yksilön taustat ja ominaisuudet ovat erilaiset (elementtejä mm. fyysinen kunto, etninen identiteetti, itsetunto)
2. **toimintaympäristö:** fyysinen tila, yleensä luonnonmukainen (elementtejä mm. säätila, kasvit, eläimet)
3. **toiminta:** tilanteenmukaiset tehtävät, aktiviteetit ja pulmat

[5] James Neill on kasvatuspsykologi ja tutkija, joka on erikoistunut ulkona opettamiseen, kokemukselliseen oppimiseen sekä yksilön kehitykseen. Neill toimii apulaisprofessorina Canberran yliopiston terveystieteiden tiedekunnassa.

4. **ohjelma:** ohjelman periaatteet, arvot ja ilmentyminen

5. **ryhmä:** ryhmän psykodynamiikka

6. **ryhmän ohjaaja:** ohjaaja toimii ja reagoi suhteessa systeemin elementteihin

7. **kulttuuri:** kulttuurikonteksti, joka tarjoaa sosiaalisen rakenteen, johon systeemin elementit voivat sulautua.

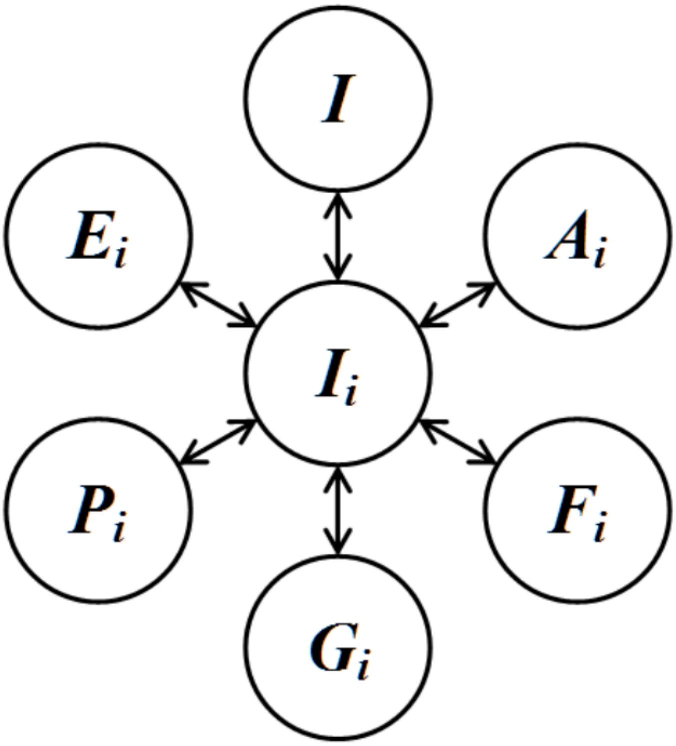
Neillin systeemiteoreettinen viitekehys on esitetty suunnatun graafin avulla (ks. kuva 2.4, s. 17). Alaindeksi i tarkoittaa hetkellistä ilmentymää (eng. temporal instant) [58, s. 43]. Kuvaan ei ole merkitty 7. osa-aluetta, eli kulttuuria, sillä se on kaikkialla graafin ympäristössä. Systeemin tila muuttuu jatkuvasti ajan kuluessa, sillä elementit muuttuvat jatkuvasti [58, s. 44]. Systeemin seuraava tilaa määräytyy monimutkaisena funktiona edeltävistä tiloista ja nykyhetken elementeistä [58, s. 44-45]. I kuvaa yksilön menneisyyttä ja I_i kuvaa yksilön nykyistä fenomenologista todellisuutta. Fenomenologia on tieteenfilosofinen suuntaus, jonka mukaan todellisuus välittyy yksilölle vain ja ainoastaan kokemusten ja havaintojen kautta [89]. Neillin mukaan Dewey piti erityisen tärkeänä, että opettaja ymmärtää yksilön menneisyyden ja nykyisen todellisuuden välisen vuorovaikutuksen. Näin opettajan on mahdollista tukea oppilaan kokemuksia tavalla, joka edistää oppilaan tulevaisuuden mahdollisuuksia.

Viitekehys auttaa ymmärtämään ulkona opettamisen taustalla olevia monimutkaisia vuorovaikutuksia elementtien välillä [58, s. 43]. Neillin mukaan viitekehys tarjoaa keinon käsitteellistää osa-alueiden ja elementtien välisiä vuorovaikutuksia, joita nousee esille ulkona opettamisen teoreettisissa ja empiirisissä tutkimuksissa [58, s. 44]. Sen lisäksi, että viitekehys toimii monenlaisten tutkimusten apuvälineenä, on se tutkijan mukaan tarkoitettu käytettäväksi myös ulkona opettamisen ohjelmien suunnittelussa, toteuttamisessa ja tiedonhallinnassa.

2.1.6 EIC, Ympäristö integroivana kontekstina

Vuonna 1998 julkaistu EIC-malli on syntynyt tutkimalla innovatiivisia ja onnistuneita ulkona opettamisen ohjelmia Yhdysvalloissa [50, s. 3]. Tutkimuksen suunnitteli työryhmä, johon kuului opetusalan toimijoita kahdestatoista Yhdsyvaltain osavaltiosta. Työryhmän tavoitteena oli yhdistää oppiminen ja ympäristö ja luoda opetussuunnitelma ja muutosehdotuksia aina esikoulutasolta lukiotasolle.

Tutkimuksen tavoitteena oli tarkastella onnistuneiden ulkona opettamisen ohjelmien yleispiirteitä ja tunnistaa niissä hyödynnetyt opetuskäytännöt [50, s. 11]. Lisäksi tutkimuksessa kartoitettiin kyseisten ohjelmien tekijöitä, jotka johtivat onnistumisiin



***Kuva** 2.4 Rakenteellinen malli, joka kuvaa yksilön fenomenologisen todellisuuden I_i ja ulkona opettamisen osa-alueiden vuorovaikutuksia [58, s. 43].*

tai haasteisiin ja kerättiin kvantitatiivista dataa ohjelmien vaikutuksesta oppilaiden koulumenestykseen kaikissa oppiaineissa. Tutkimukseen valittiin kouluja tietyin kriteerein. Kaiken kaikkiaan tutkimukseen valittiin 40 koulua, joista haastateltiin yhteensä 252 opettajaa tai hallinnon työntekijää sekä 403 oppilasta. Tutkijat vierailivat kussakin koulussa kokonaisen päivän ajan havainnoiden oppitunteja ja haastatellen opettajia ja oppilaita. Haastattelujen lisäksi tietoja kerättiin kyselylomakkeilla, joilla selvitettiin ohjelmien vaikutuksia sekä oppilaisiin ja oppimiseen että opettajiin ja opetukseen.

EIC-mallissa hyödynnetään sekä luonnollista että sosio-kulttuurista ympäristöä oppimisen kontekstina [50, s. 16]. Mallin mukaisen opetus

- rikkoo perinteiset oppiainerajat
- tarjoaa käytännönläheisiä oppimiskokemuksia ongelmanratkaisun ja projektipohjaisen oppimisen avustuksella
- tukeutuu opettajien/ohjaajien yhteistyöhön
- mukautuu oppijan, ja hänen taitojen ja kykyjen mukaan

- kehittää tietämystä, ymmärrystä ja arvostusta sekä rakennettua että luonnollista ympäristöä kohtaan.

Lieberman et al. mukaan mallin mukaisen oppimisen ei välttämättä tarvitse keskittyä ympäristötietoisuuden lisäämiseen tai ympäristön arvostamisen kehittämiseen [50, s. 16]. Sen sijaan opetuksessa on tärkeää hyödyntää koulun ympäristöä ja koulun ulkopuolista yhteisöä kontekstina, jossa oppijat voivat konstruoida omaa oppimistaan opettajien ohjaamana. Mallissa ympäristö toimii kaikenlaisen oppimisen, kuten ajattelu- ja ongelmanratkaisutaitojen kehittymisen ja elämän perustaitojen oppimisen, tukena. Tutkijoiden mukaan mallia voidaan hyödyntää maantieteellisestä sijainnista riippumatta, mutta ympäristö on luonnollisesti joka paikassa erilainen, mikä tulee huomioida opetusta suunnitellessa.

Tutkimuksessa tarkasteltuja ohjelmia yhdisti viisi asiaa, jotka tutkijoiden mukaan kuvaavat EIC-malliin mukaista opetusta [50, s. 19]. Kyseiset asiat ovat seuraavat:

- oppisisältöjen poikkitieteellinen integrointi
- yhteistoiminnallinen opetus
- ongelmanratkaisun ja projektien painottaminen
- yksillöllisen työskentelyn ja yhteistoiminnallisen työskentelyn yhdistely
- oppijakeskeiset ja konstruktivistiset lähestymistavat.

Oppiaineiden integroinnilla on Lieberman et al. mukaan merkittävä rooli tutkituissa ohjelmissa [50, s. 19]. Opettajien muodostamat yhteistyöryhmät kokoavat oppimistavoitteet yhteen ja suunnittelevat opetuksen siten, että siinä yhdistyy kunkin tieteenalan näkökannat jostain samasta opiskeltavasta aiheesta. Näin oppilaille syntyy laaja kokonaiskäsitys; ennestään irtonaisilta tuntuneet asiat tuntuvatkin sopivan yhteen selittäen ympäröivää maailmaa. Mallin kannalta oleellista on myös opetushenkilökunnan tekemä laaja yhteistyö [50, s. 20]. Koulun opetushenkilökunnan lisäksi opetuksen suunnitteluun ja toteutukseen osallistuu myös koulun ulkopuolisia toimijoita, esimerkiksi vanhempia ja paikallisten yritysten tai paikallishallinnon työntekijöitä [50, s. 20-21]. Yhteistyön myötä oppilaat pääsevät tarkastelemaan asioita useista eri näkökulmista. Eri oppiaineiden opettajat muodostavat yhteistyöryhmiä, jotka kokoontuvat säännöllisesti suunnittelemaan opetusta ja oppisisältöjä; ryhmät pohtivat erilaisia toteutusvaihtoehtoja ja valitsevat niistä sopivimmat toteutusympäristöön. Työryhmissä opettajat pohtivat myös mahdollisia opintomatkoja, tuntisuunnitelmia sekä arviointitapoja. Opettajien tekemä yhteistyö toimii Lieberman et al. mukaan myös mallina oppilaiden yhteistyölle [50, s. 24]. Oppilaat näkevät opettajansa työskentelevän keskenään sekä koulun ulkopuolisten toimijoiden kanssa ja pyrkivät kehittämään vastaavanlaisia kollegiaalisia suhteita ja kunnioittavaa yhteistyötä luokkatovereidensa kanssa.

EIC-malli pyrkii huomioimaan monenlaiset oppijat hyödyntäen projekti- ja ongelmaperustaista oppimista; Lieberman et al. toteavat kyseisten opetusmenetelmien hyödyntävän useita aisteja ja vetoavan useisiin oppimistyyleihin [50, s. 22]. Mallin mukaisessa opetuksessa oppikirjojen ja luennoinnin osuus on vähäisempää verrattuna perinteiseen opetukseen. Niiden sijaan oppilaille pyritään tarjoamaan käytännönläheisiä oppimiskokemuksia. Käsillä tekemisen lisäksi oppilaille pyritään tarjoamaan monimutkaisempiakin ongelmia, jotka vaativat päättelytaitoja ja luovuutta. Opettajien yhteistyön lisäksi oppilaiden yhteistyöllä on merkittävä osuus mallissa [50, s. 24]. Mallin mukaisessa yhteistyössä oppilaat toimivat ryhmässään jonkin tietyn alan asiantuntijoina ja jakavat tietämystään ja kokemuksiaan muille ryhmän jäsenille. Opettajan rooli on mallin mukaisessa opetuksessa toimia ohjaajana [50, s. 25]. Oppilaiden työskentely on yksilöllisempää kuin perinteisessä opetuksessa, ja näin ollen opettajien tehtävänä on toimia oppimisen tukena. Opettajat neuvovat oppilaita esimerkiksi projektien aiheiden ja opiskelumenetelmien suhteen, pitävät silmällä projektien etenemistä ja avustavat oppilaita opitun esilletuonnin suhteen. Mallissa painottuu konstruktivistinen oppimisnäkemys ja oppilaan vastuu omasta oppimisesta.

Tutkimuksessa on tarkasteltu EIC-mallin mukaisen opetuksen vaikutusta oppiainekohtaisesti [50]. Lieberman et al. mukaan opetuksen myötä oppilaat näkevät matematiikan eri tavalla; matematiikka on muutakin kuin abstrakteja käsitteitä [50, s. 47]. Oppilaat oppivat käyttämään matematiikkaa työkaluna luonnon ja sosioekonomisten systeemien kvantifioinnissa ja analysoinnissa. Oppilaiden taidot soveltaa matematiikkaa kehittyvät enemmän kuin perinteisessä opetuksessa ja toisaalta he oppivat myös hyödyntämään matematiikkaa muissa oppiaineissa oppiaineiden integroinnin myötä. Oppilaat myös muistavat paremmin oppimansa, sillä oppisisällöt ovat merkityksellisempiä kuin perinteisessä opetuksessa ja näin ollen oppilaat arvostavat matematiikkaa enemmän.

Seitsemän tutkimukseen osallistuneista kouluista suoritti vertailua EIC-mallin mukaisen opetuksen ja perinteisen opetuksen välillä [50, s. 47]. Tutkijoiden tekemän analyysin mukaan viidessä koulussa saavutettiin parempia oppimistuloksia matematiikassa EIC-mallin mukaisen opetuksen myötä. Kahdessa koulussa, jossa matematiikan oppimistulokset eivät olleet parempia kuin perinteisessä opetuksessa, ei matematiikkaa oltu integroitu EIC-mallin mukaiseen opetukseen lainkaan. Tutkimuksen mukaan oppilaiden matematiikan tiedot ja taidot kehittyivät kolmella seuraavalla osa-alueella:

- matemaattisten käsitteiden ymmärtäminen
- matematiikan taitojen parempi hallinta ja muistaminen
- matematiikan arvostaminen ja matematiikasta innostuminen.

Mallin mukaisen opetuksen vaikutuksia on tutkittu myös kvantitatiivisesti kahdessa tutkimuksessa, jotka on julkaistu vuosina 2000 ja 2005 [93][94]. Vuonna 2000 julkaistuun tutkimukseen valittiin 11 koulua, joista verrattiin perinteiseen opetukseen ja mallin mukaiseen opetukseen osallistuneiden oppilaiden opiskelusaavutuksia vuosilta 1996-1999 [93, s. 1]. Joidenkin koulujen osalta oli mahdollista verrata molempia opetusmenetelmiä, mutta joidenkin koulujen kohdalla tutkijat joutuivat vertaamaan kahden eri koulun oppilaita keskenään. Jälkimmäisessä tapauksessa tutkijat valitsivat verrattaviksi sellaiset koulut, joiden oppilaat vastasivat toisiaan sosio-ekonomisessa mielessä. Kaiken kaikkiaan kahden koulun osalta oli mahdollista verrata koulun sisällä opetusmenetelmiä keskenään. Kolme koulua karsiutui lopulta tutkimuksen ulkopuolelle, ja kuuden koulun osalta vertailuryhmä jouduttiin valitsemaan toisesta koulusta. Tutkimuksessa tarkasteltiin oppilaiden tuloksia standardoiduissa kokeissa, läsnäolotilastoja ja keskiarvoja. Lisäksi tutkijat käyttivät aiemmin kehittämäänsä kvalitatiivista kyselylomaketta opettajien näkemysten selvittämiseksi.

Lieberman et al. mukaan EIC-mallin mukaisessa opetuksessa olleet oppilaat menestyivät paremmin 72 %:ssa akateemisia taitoja mittaavissa mittareissa [50, s. 20]. Matematiikan taitojen osalta vastaava osuus oli 63 %. Myös kaikissa muissa oppiaineissa sekä läsnäolotilastoissa EIC-mallin mukaista opetusta saavat oppilaat menestyivät huomattavasti paremmin kuin perinteisen opetuksen oppilaat.

Vuoden 2005 tutkimuksessa on vertailtu vuosiluokkien 2-5 oppilaiden koulumenestystä lukemisessa, matematiikassa ja kielissä [94]. Tutkimuksen aineisto on vuosilta 1998-2002 [94, s. 4]. Tutkimuksessa oli neljä kahden koulun vertailuparia [94, s. 6]. Tutkimuksen tulokset osoittavat EIC-mallin mukaisen opetuksen vaikuttavan erittäin positiivisesti oppilaiden koulumenestykseen; matematiikan osalta oppilaat saivat selvästi parempia tai yhtä hyviä pisteitä 92,5 %:ssa käytetyistä mittareista.

2.1.7 Yhteenveto

Tarkasteltujen ulkona opettamisen mallien teoreettisuus vaihtelee huomattavasti. Lukuun ottamatta Neillin systeemiteoreettista viitekehystä mallit ovat hyvin käytännönläheisiä. Niissä on tyydytty pääasiassa kuvaamaan ulkona opettamista sen tavoitteiden, työskentelytapojen ja oppimisympäristöjen avulla. Näiden avulla on tosin onnistuttu tuomaan esille useita ulkona opettamiseen liittyviä oppimisnäkemyksiä, kuten kokemuksellinen oppiminen ja yhteistoiminnallinen oppiminen.

Kokemuksellisuutta voitaneen mallien painotuksen perusteella pitää ulkona opettamisen tärkeimpänä oppimisnäkemyksenä. Se tulee esille hyvin monin tavoin. Malleissa painotetaan erityisesti suoraa kokemusta, kaikkien aistien käyttöä sekä affektiivisen, kognitiivisen sekä motorisen oppimisen hyödyntämistä. Taitojen oppimista pidetään myös malleissa tärkeänä tietojen oppimisen lisäksi, ja osassa malleista juuri taitojen oppiminen on ensisijaista. Kokemuksellisuus ja käsillä tekeminen tukevat taitojen oppimista.

Osassa malleista painotetaan seikkailullisia aktiviteetteja huomattavasti enemmän. Seikkailukasvatus näkyy esimerkiksi asetetuissa tavoitteissa ja käytetyissä oppimisympäristöissä. Seikkailukasvatukseen liittyy ihmissuhteiden ja yhteistyötaitojen kehittäminen, kun taas ympäristökasvatukseen liittyy enemmänkin yksilön luontosuhteen ja luonnon arvostamisen kehittyminen. Akateemisten tietojen ja taitojen kehittäminen tulee esille voimakkaimmin EIC-mallissa, ja siinä toisaalta ympäristökasvatus nähdään toissijaisena.

Ulkona opettamisen oppimisympäristönä toimii mallien mukaan sekä rakennettu että luonnollinen ympäristö. Osassa malleista sisällä tapahtuva oppiminen ei kuulu ulkona opettamiseen. Näin ollen esimerkiksi luontokeskukseen sijoittuva opetustapahtuma ei olisi ulkona opettamista. Kaikissa malleissa pyritään jollakin tavalla hyödyntämään oppimisympäristöä oppimisen tukena; käsiteltävät aiheet liittyvät jollain tavalla kontekstiin. Voimakkaimmin tämä tulee kuitenkin esille EIC-mallissa, jossa konteksti liittyy akateemisten tietojen ja taitojen oppimiseen. Esimerkiksi EIC-mallin mukaisessa matematiikan opetuksessa oppilaat oppivat käyttämään matematiikkaa luonnon ja sosioekonomisten systeemien kvantifioinnissa ja analysoinnissa.

Vaikka oppiaineiden integrointi tulee esille ulkona opettamisen määritelmissä, ei sitä malleissa kuitenkaan mainita kovin tärkeänä. Tässäkin tekee poikkeuksen EIC-malli, jossa poikkitieteellistä integrointia pidetään erityisen tärkeänä. Oppiaineiden integrointi tapahtuu opettajien muodostamien työryhmien yhteistyönä; opettajat kokoavat oppimistavoitteet ja suunnittelevat opetuksen siten, että siinä yhdistyy kunkin tieteenalan näkökannat samassa aihepiirissä.

Tämän opinnäytetyön tavoitteena olevaa oppimateriaalia tukee eniten EIC-malli, sillä siinä painotetaan akateemisten tietojen ja taitojen oppimista sekä oppiaineiden integrointia, jonka lähtökohtana on havainnoitava ympäristö. EIC-malli on myöskin ainoa ulkona opettamisen malli, jossa on otettu merkittävästi kantaa matematiikan opettamiseen ulkona. EIC-mallin mukaista opetusta on lisäksi tutkittu käytännössä, ja tulokset ovat olleet erittäin hyviä sekä akateemisia että matemaattisia taitoja mittaavien mittareiden mukaan.

2.2 Miksi ulos luokkahuoneesta?

Tässä luvussa käsitellään ulkona opettamisen hyötyjä ja mahdollisia haittoja etenkin oppilaan näkökulmasta. Tarkastelu on tässä luvussa rajattu ulkona opettamiseen liittyvään kirjallisuuteen ja tutkimuksiin. Ulkona opettamisen taustalla vaikuttaviin oppimisen teorioihin liittyviä hyötyjä ja haittoja tarkastellaan laajemmin luvussa 2.6 (s. 54).

2.2.1 Rickinson et al.

Rickinson et al. ovat tutkineet laajassa systemaattisessa kirjallisuuskatsauksessaan ulkona opettamisen vaikutuksia [115]. Tutkimusaineisto koostui 150 englanninkielisestä tutkimuksesta, jotka liittyivät ulkona opettamiseen ja jotka oli julkaistu vuosien 1993-2003 aikana. Tarkastelluissa tutkimuksissa ulkona opettamisen vaikutuksia oli tutkittu peruskoulun ala- sekä yläasteen oppilaiden, toisen asteen koulujen opiskelijoiden ja korkeakouluopiskelijoiden näkökulmasta. Tutkijat ovat jakaneet ulkona opettamisen vaikutukset kolmeen osa-alueeseen, jotka vastaavat ulkona opettamisen käsitteellistä mallia varten luotuja ulkona opettamisen aktiviteetteja (ks. luku 2.1.2, s. 9). Rickinson et al. ovat rajanneet kirjallisuuskatsauksen käsittämään vain ulkona tapahtuvan opettamisen; siispä esimerkiksi museoissa opettamista ei ole tutkimuksessa huomioitu. Tutkimuksen pääasiallisena tavoitteena on selvittää ulkona opettamisen kokemuksia nuorten näkökulmasta ja vaikutuksia oppimiseen. Lisäksi tutkimus pyrkii tuomaan ilmi tekijöitä, jotka estävät tai helpottavat nuorten ulkona oppimista tai luonnossa opettamisen toteuttamista. [115, s. 5, 8-10, 18-19]

Kenttätyöskentelyn ja vierailujen merkittävimpinä vaikutuksina tutkimusaineistosta Rickinson et al. nostavat oppijoiden mahdollisuudet kehittää tietojaan ja taitojaan tavalla, joka tuo lisäarvoa tavanomaiseen luokkahuoneopiskeluun [115, s. 5, 24]. Vaikutuksen saavuttamisen edellytyksenä on kuitenkin huolellinen ja suunniteltu opetuksen toteutus ja aktiivinen opetukseen osallistuminen. Ulkona opettamisella voi olla positiivinen vaikutus myös pitkäaikaiseen muistiin johtuen työskentelytavan mieleenpainuvuudesta. Kenttätyöskentely voi johtaa yksilölliseen kehitykseen sekä sosiaalisten taitojen kehitykseen. Lisäksi kenttätyöskentely ja vierailut saattavat edesauttaa affektiivisen ja kognitiivisen oppimisen osa-alueiden keskinäistä toimintaa ja näin tarjota polkuja korkeamman tason oppimiseen. Kirjallisuuskatsaukseen sisältyvien tutkimusten mukaan oppilaat myös vaikuttaisivat pitävän kenttätyöskentelystä; varsinkin, jos kyseessä on vapaavalintainen kurssi. Tutkijat huomauttavat, että osa tutkimuksista varoittaa ulkona opettamisen mahdollisista haittavaikutuksista. Huonosti toteutettu kenttätyöskentely ei todennäköisesti johda tasokkaaseen oppimiseen, sillä oppilaat unohtavat nopeasti tarpeettoman ja heikosti esitetyn tiedon. Tämä tosin pitänee paikkansa aivan yhtä hyvin myös missä tahansa muussa opetuksessa. Hieman kyseenalaista on myös, miten lyhytaikainen kenttätyöskentely vaikuttaa esimerkiksi oppilaiden ympäristöasenteisiin, sillä opetusta edeltävät ennakkoasenteet ovat usein hyvin vakiintuneita.

Seikkailukasvatus on Rickinson et al. mukaan yleisesti ottaen hyvin vaikuttavaa sekä lyhyellä että pitkällä aikavälillä [115, s. 5-6, 31-32]. Ensinnäkin seikkailukasvatus voi vaikuttaa positiivisesti nuorten asenteisiin ja uskomuksiin sekä käsityksiin omasta itsestä. Tämä näkyy esimerkiksi itsenäisyyden, itseluottamuksen, itsetunnon ja muiden henkilökohtaisten piirteiden kehittymisenä. Toisekseen seikkailukasvatus kehittää ihmisten välisiä suhteita ja sosiaalisia taitoja, kuten kommunikaatiotaitoja ja ryhmätyöskentelyä. Seikkailukasvatukseen liittyvät kognitiiviset ja fyysiset sekä käyttäytymiseen liittyvät vaikutukset eivät ole yhtä merkittäviä kuin edellä mainitut affektiiviset ja ihmissuhteisiin liittyvät vaikutukset. Joka tapauksessa seikkailukasvatuksen katsotaan kehittävän yleisiä ja spesifejä akateemisia taitoja sekä vahvistavan sitoutumista opiskeluun. Lisäksi seikkailukasvatus edistää positiivisia käyttäytymismalleja sekä hyvää fyysistä kuntoa. Myöskään seikkailukasvatuksessa ei välttämättä saavuteta ympäristökasvatukseen liittyviä tavoitteita asenteiden ja arvojen suhteen, ainakaan selvää näyttöä tällaisesta ei tutkijoiden mukaan ole.

Koulupihassa toteutettavat sekä yhteisölliset projektit ovat tutkimuksen mukaan erityisen hyviä keinoja toteuttaa oppiaineiden integrointia, mutta opetussuunnitelman mukaisten projektien toteuttaminen on hankalaa johtuen ajanpuutteesta ja haluttomuudesta opettaa ulkona [115, s. 6, 41]. Kyseisten aktiviteettien myötä kehittyy tieteellinen ajattelu ja muut tieteellisen tiedon käsittelyyn liittyvät prosessit sekä käsitys suunnitteluun ja teknologiaan liittyvistä seikoista. Affektiivisen oppimisen osa-alueen vaikutuksia ovat itsevarmuuden ja opiskelumotivaation kasvaminen sekä yhteenkuuluvuuden tunne. Rickinson et al. mukaan on selvää näyttöä siitä, että koulupihassa toteutettaviin projekteihin osallistuminen saa aikaan sosiaalista kehitystä ja yhteisöllisyyden tunnetta; oppilaiden keskinäiset sekä oppilaiden ja opettajien väliset suhteet, mutta myös oppilaiden suhteet laajemmin yhteisöön kehittyvät. On myös näyttöä siitä, että oppilaiden fyysinen hyvinvointi kasvaa.

2.2.2 Dillon et al.

Dillon et al. ovat tutkineet ulkona opettamisen akateemisia, sosiaalisia ja henkilökohtaisia hyötyjä oppilaiden näkökulmasta tutkimuksessa, joka hyödyntää kolmea eri tutkimusmenetelmää: tapaustutkimusta, toimintatutkimusta ja sidosryhmäkonsultaatiota (eng. stakeholder consultation) [20]. Lisäksi tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää oppimisen esteitä ja ratkaisuja niiden poistamiseksi, erilaisten resurssien ja aktiviteettien tehokkuutta ja ulkona opettamisen ekonomisia näkökulmia. Myös ulkona oppimisen arviointia ja opetuksen integrointia koulun opetussuunnitelmaan on tutkittu. Ulkona opettamisen tutkimus on rajattu kolmeen ulkona opettamisen kontekstiin [20, s. 12]:

koulu: koulun piha- ja viheralueet

maatila: maaseudun ja kaupungin tuotantotilat

luontokeskukset: kenttätutkimus- ja luontokeskukset.

Tapaustutkimuksessa tutkittiin kvalitatiivisin menetelmin ulkona opettamisen aktiviteettien prosesseja ja vaikutuksia [20, s. 11, 13-16]. Tutkimukseen osallistui oppilaita, opettajia ja muita kouluttajia. Tutkimus toteutettiin aktiviteettien aikana ja jälkeen, jotta saavutuksia kyettiin arvioimaan. Tapaustutkimuksen kontekstiksi valittiin kaksi toimintaympäristöä kustakin edellä mainitusta kontekstista. Kontekstien valinta tehtiin perustuen kontekstien ja opetusta tarjoavien tahojen poikkeavuuteen, aktiviteettien mielenkiintoon ja saatavuuteen/halukkuuteen. Tutkimukseen osallistuvat oppilasryhmät valittiin siten, että ne edustivat sekoitusta tietyistä ikäryhmistä, vierailun tarkoituksista ja oppilaiden taustoista. Tutkimusryhmä keräsi aineiston tekemällä havaintoja opetustilanteista ja valokuvaamalla aktiviteetteja. Valokuvia käytettiin haastattelujen tukena stimuloimaan keskustelua. Tapaustutkimukseen liittyi myös seurantatutkimus, jossa oppilasryhmät vierailivat kohteissa uudelleen ja jonka jälkeen suoritettiin jatkohaastatteluita.

Toimintatutkimukseen osallistui kaksi opettajaa kustakin kontekstista [20, s. 11, 16]. Tutkittavat suorittivat tutkimusryhmän avustuksella pienimuotoisen tutkimuksen omiin opetus- ja arviointimenetelmiinsä liittyen. Lisäksi tutkimuksen tavoitteena oli kartoittaa keinoja ulkoilmakokemusten sisällyttämiseksi virallisiin työmenetelmiin.

Tutkittavat kokoontuivat yhteen kokoamaan tuloksiaan, jonka jälkeen uusia opetusmenetelmiä ja -strategioita toteutettiin käytännössä. Tutkijaryhmä seurasi käytännön toteutusta ja analysoi tuloksia.

Sidosryhmäkonsultaation tavoitteena oli selvittää ulkona opettamisen sidosryhmien ja asiantuntijoiden näkökulmia ulkona opettamiseen. Konsultaatio koostui kahdesta fokusryhmästä ja kolmesta käyttäjäryhmäseminaarista (eng. user group seminar). Palveluntarjoajista (maatilat, luontokeskukset) koostuvan fokusryhmän tavoitteena oli selvittää ulkona opettamisen merkittävimpiä hyötyjä suhteessa opetussuunnitelmiin. Tutkijoista, opettajista ja päättäjistä koostuvan käyttäjäryhmäseminaarin tavoitteena oli tutkimuksen lähtökohtien ja toteutuksen kehittämisen, tutkimuksen monitorointi ja muodollinen arviointityö sekä tutkimuksen tulosten levittäminen.

Dillon et al. ovat jakaneet ulkona opettamisen oppimistavoitteet aivan samalla tavalla kuin Rickinson et al. tutkimuksessaan (ks. luku 2.1.2, s. 9) [20, s. 22]. Tämä selittynee sillä, että molempien tutkimusten tutkimusryhmät koostuvat pääasiassa samoista tutkijoista. Tutkimuksessa oppimistavoitteiden mukaisia tuloksia ei kuitenkaan ole jaettu opetuksen kontekstin mukaisesti, kuten Rickinson et al. ovat tehneet.

Dillon et al. mukaan ulkona opettavien kesken vallitsi yhteinen käsitys siitä, että jonkinasteista kognitiivista oppimista oli tapahtunut vierailujen yhteydessä [20, s. 23]. Haastattelujen perusteella ulkona opettamisen merkittävyys tuli esille etenkin kokonaisuuksien, kuten ympäristön ja ihmisen keskinäisen suhteen, hahmottamisessa yksittäisten oppisisältöjen sijaan. Sekä oppilaat että opettajat olivat sitä mieltä, että tiedollisia ja ymmärrykseen liittyviä oppimiskokemuksia oli syntynyt. Dillon et al. mukaan oppimiskokemukset kattoivat koko kognitiivisen oppimisen osa-alueen: osa tutkittavista osasi kuvailla teknisin termein oppimiskokemustaan, kun taas toiset kykenivät luomaan yhteyksiä spesifien oppisisältöjen ja opetussuunnitelman laajempien osa-alueiden välillä [20, s. 24]. Osalla tutkittavista oppimisen pääpaino liittyi ennemminkin uudenlaisen oppimisympäristön elementteihin, kuten ääniin, tunteisiin tai konkreettisiin esineisiin, liittyviin muistikuviin [20, s. 24-25]. Muistikuvat olivat yhteydessä tiettyihin oppimistuloksiin liittyen tietoon ja ymmärtämiseen. Dillon et al. mukaan osalla tutkittavista jäi mieleen yksityiskohtaista tietoa, joka oli yhtä mieleenpainuvaa kuin vierailu itsessään [20, s. 25]. Tutkijat perustelevat oppimiskokemusten mieleenpainuvuutta suoralla havainnoinnilla [20, s. 26].

Tutkijat epäilevät, että oppilaat, jotka eivät kyenneet muistamaan mitään merkityksellistä oppimiskokemusta vierailun ajalta, ajattelivat perinteisen opetuksen olevan ”tylsää” ja ulkona oppimisen ”kivaa” eivätkä siten kokeneet sitä oppimisena [20, s. 23]. Erityisesti ala-asteen oppilaiden käsityksistä kävi ilmi kyseinen ajattelutapa. Dillon et al. pitävät jatkon kannalta erittäin tärkeänä, että ongelmaan kiinnitetään enemmän huomiota. Osa oppilaista näki ulkona opettamisen kuitenkin olevan oppimista parhaimmillaan verrattuna perinteiseen opetukseen [20, s. 26-27].

Tutkijat havaitsivat aineistossa affektiivisen oppimisen olevan yhteydessä kognitiivisen osa-alueen oppimiseen [20, s. 27]. Tutkijat viittaavat aiempaan tutkimukseen [20, ks. [61]], jossa yhteyttä oli tutkittu ja todettu affektiivisen ja kognitiivisen oppimisen osa-alueiden yhteys, joka osaltaan hankaloittaa osa-alueiden erottamista toisistaan. Dillon et al. mukaan oppilaiden oppimiskokemuksiin liittyi kaikkia aistimuksia, ja oppilaat myös kuvailivat niitä innostuneesti haastatteluissa [20, s. 28]. Tutkijat pitävätkin tärkeänä uudenlaisia kokemuksia, sillä kokemukset aikaansaivat pysyviä vaikutuksia ja oppimista monilla osa-alueilla. Henkilökohtaisen kehittymisen lisäksi kokemukset kannustivat ympäristöarvojen ja -uskomusten syntymiseen.

Yksi merkittävimmistä ulkona opettamisen hyödyistä, kaikkien sidosryhmien mielestä, on Dillon et al. mukaan ihmissuhteiden ja sosiaalisten taitojen kehittyminen [20, s. 28-29]. Tutkimuksessa havaittiin oppilaiden ulkoilmakokemusten vaihtelevan paljon, ja osalle uudet kokemukset olivat jossain määrin haastavia, mutta toisaalta rikastuttavia ja avartavia. Uusien aktiviteettien kokeileminen kehitti oppilaiden itsevarmuutta ja itsetuntoa. Yksi tutkimukseen osallistuneista opettajista painotti, että kohonneella itsetunnolla saattaa olla positiivinen vaikutus oppilaiden akateemiseen suoriutumiseen, sillä oppilaat ovat tällöin iloisia ja itsevarmoja. Dillon et al. mukaan oppilaiden yhteistyötaidot, johtajuustaidot, periksiantamattomuus, luotettavuus, oma-aloitteisuus ja motivaatio paranivat ulkona opettamisen myötä. Etenkin vanhempien oppilaiden kohdalla oli havaittavissa käyttäytymisen kohentumista. Murrosikäiset oppilaat kertoivat jopa itse, että heidän käyttäytymisensä ja osallistumisensa olivat kohentuneet vierailun myötä. Huomattavaa on myös, että monet perinteisessä opetuksessa huonosti käyttäytyvät oppilaat käyttäytyivät paremmin [20, s. 30].

Fyysisten ja käyttäytymiseen liittyvien oppimistulosten osalta Dillon et al. mainitsee etenkin luontosuhteen vahvistumisen [20, s. 30-31]. Vierailun myötä osalle oppilaista oli syntynyt halu tutustua, esimerkiksi perheensä kanssa, vierailukohteeseen lisää vapaa-ajalla. Oppilaat myös oppivat luonnon ja ihmisen välisestä suhteesta sekä omasta itsestään.

Dillon et al. toteavat, että ulkona opettamisen hyödyt eivät ole rajattu koskemaan ainoastaan oppilaita [20, s. 31]. Tutkimukseen osallistuneet opettajat huomasivat, että heidän suhde oppilaisiin oli parantunut, ja he olivat myös kehittyneet opettajina. Opettajat pääsivät seuraamaan oppilaitaan informaalissa ympäristössä toisten kouluttajien opetuksessa; perinteisen opetuksen opettaja-oppilas -suhteen puuttuminen sai aikaan sen, että oppilaat olivat rentoutuneempia ja avoimempia. Myös opettajat kokivat näkevänsä oppilaat uudessa valossa [20, s. 32]. Opettajat kokivat myös kouluttajien opetusmenetelmien seuraamisen hyödylliseksi ja saivat näin ideoita omaan opetukseen.

2.2.3 Neill

Neill on jakanut ulkona opettamisen oppimistavoitteet ja toivotut oppimistulokset viiteen luokkaan [58, s. 7]. Hänen luokkansa perustuvat aiempien tutkimusten ja mallien mukaiseen jakoon. Seuraavassa on esitetty luokat ja niiden kuvailut lyhyesti:

ajanvietteellinen/fyysinen: hauskanpito, rentoutuminen, fyysinen toiminta, ulkoilutaitojen kehittäminen

opetuksellinen: suora (oppiainekohtainen tietämys) ja epäsuora (akateeminen itsetunto)

kehityksellinen: yksilöllinen ja sosiaalinen kehitys, elämäntaidot ja käyttäytyminen

terapeuttinen/suuntaa-antava: yksilöllisten ja ryhmän käyttäytymishäiriöiden korjaaminen

ympäristöön liittyvä: ympäristöön liittyvät asenteet, tietämys ja käyttäytyminen.

Neill tarkasteli viittä ulkona opettamiseen liittyvää meta-analyysiä luokitellen niissä esille tulleet oppimistulokset edellä mainittuihin luokkiin [58, s. 6-10]. Kaikista tutkimuksista merkittävimmäksi oppimistulosten luokaksi ilmeni kehityksellinen. Muiden luokkien järjestys ja merkittävyys vaihtelivat tutkimuksissa huomattavasti. Neill toteaa, että vaikka ulkona opettamisen merkitys ja tavoitteet voivat vaihdella paljonkin riippuen ajankohdasta, paikasta ja kulttuurista, kehitykselliset oppimistulokset ovat kuitenkin merkittävimpiä [58, s. 10].

Neill on tutkinut väitöskirjassaan kirjallisuuskatsauksen avulla myös ulkona opettamisen vaikutuksia yksilölliseen ja sosiaaliseen kehitykseen [58, s. 64]. Neill toteaa, että alan tutkimuskirjallisuus on todella sekalaista, monet tutkimuksista ovat metodeiltaan heikkoja ja suuri osa on julkaisemattomia. Tutkija valitsi kirjallisuuskatsaustaan varten sellaisia aiemmin julkaistuja kirjallisuuskatsauksia, joissa oli tarkasteltu edes kohtuullista määrää ulkona opettamisen empiirisiä tutkimuksia. Lisäksi kirjallisuuskatsausten tuli osoittaa akateemista otetta ja olla toisistaan poikkeavia tiedoiltaan. Neill valitsi tällä perusteella kuusi kirjallisuuskatsausta tutkimukseensa [58, s. 64-65].

Kirjallisuuskatsaukseen sisältyvät kirjallisuuskatsaukset kattoivat kukin 50–100 empiiristä tutkimusta, aina 1980-luvun alusta alkaen [58, s. 68]. Neillin mukaan hieman päälle kaksi kolmasosaa tutkimuksista viittasivat ulkona opettamisen positiivisiin vaikutuksiin. Kirjallisuuskatsaukset antoivat varovaisia viitteitä ulkona opettamisen yksilöllisen ja sosiaalisen kehityksen suhteen.

Kirjallisuuskatsauksien tulosten tarkastelun lisäksi Neill määrittelee väitöskirjassaan ulkona opettamisen tutkimista varten käsitteen vaikuttavuus elämään (eng. life effectiveness) [58, s. 47]. Se koostuu 11 osatekijästä, jotka on esitetty lyhyine kuvailuineen seuraavassa taulukossa 2.1 (s. 28).

Taulukko 2.1 *Ulkona opettamisen vaikuttavuus elämään, osa-alueet [58, s. 54].*

Osa-alue	Kuvailu
Suoritusmotivaatio	Motivoitunut saavuttaakseen erinomaisia tuloksia, ja valmis tekemään töitä niiden eteen.
Oma-aloitteisuus	Oma-aloitteinen uusissa tilanteissa. Nauttii ollessaan työllistetty, kiireinen ja mukana ongelmanratkaisussa.
Tunteiden hallinta	Pysyy rauhallisena uusissa, vaihtuvissa ja stressaavissa tilanteissa.
Ressurssienkäytön tehokkuus	Suoriutuu vaikeista tehtävistä vähin resurssein.
Älyllinen joustavuus	Sopeuttaa ajatteluaan ja mukauttaa näkökulmiaan, kun parempia ideoita ilmaantuu.
Itsehallinnan järjestelmällisyys	Hallitsee käyttäytymistään loogisesti, tietoisesti ja järjestelmällisesti.
Tuottelias ryhmätyöskentely	Käyttää ihmissuhdetaitojaan tehokkaan ryhmätyöskentelyn edistämiseksi.
Itseluottamus	Hyödyntää henkilökohtaisia kykyjään luottaen itseensä.
Sosiaalinen kyvykkyys	Tehokas kanssakäymisessä muiden kanssa.
Johtajuus	Johtaa ja motivoi muita tehokkaasti, kun siihen on tarvetta.
Ajanhallinta	Hallitsee optimaalisen ja tehokkaan ajankäytön.

Neill tutki pitkittäistutkimuksen avulla ulkona opettamisen vaikuttavuutta elämään [58, s. 223]. Tutkimus koostui neljästä kyselyvaiheesta: opetusta edeltävästä kyselystä, ensimmäisen opetuspäivän ja viimeisen opetuspäivän kyselystä sekä seurantakyselystä. Neill tutki vaikuttavuuden muutosta seuraavilla väleillä: opetusta edeltävän ja ensimmäisen opetuspäivän kyselyiden, ensimmäisen ja viimeisen opetuspäivän kyselyiden, viimeisen opetuspäivän kyselyn ja seurantakyselyn sekä opetusta edeltävän kyselyn ja seurantakyselyn välillä. Tutkimus tarkasteli muutosta siis neljällä aikavälillä. Kahden ensimmäisen aikavälin, eli lyhyen aikavälin, tarkastelujen aineisto koostui 3640 tapauksesta. Aineisto koostui enimmäkseen murrosikäisistä ja nuorista aikuisista [58, s. 224]. Kahden jälkimmäisen aikavälin, eli pitkän aikavälin, tarkastelujen aineisto koostui 663 tapauksesta, ja aineisto koostui pääasiassa nuorista aikuisista.

Tutkimuksen tulokset osoittavat Neillin mukaan, että ulkona opettamisella on kohtalainen vaikuttavuus elämään [58, s. 291]. Pitkällä aikavälillä vaikuttavuus oli pieni tai kohtalainen. Viiden osa-alueen suhteen vaikuttavuus oli suurempi. Kyseisiä osa-alueita olivat tunteiden hallinta, itseluottamus, sosiaalinen kyvykkyys, johtajuus ja ajanhallinta. Vastaavasti kolmen osa-alueen vaikuttavuus oli heikompi. Kyseisiä osa-alueita olivat suoritusmotivaatio, oma-aloitteisuus ja älyllinen joustavuus.

2.2.4 Yhteenveto

Ulkona opettamiseen liittyy useita hyötyjä. Tutkimusten mukaan merkittävimpiä hyötyjä ovat yksilön kehitykseen sekä sosiaalisiin suhteisiin liittyvät muutokset. Akateemisten tietojen ja taitojen kehittyminen on melko vähäistä, mutta myös tieteellisen ajattelun ja tieteellisen tiedon käsittelyyn liittyvien prosessien on havaittu kehittyvän. Oppilaat myös pitävät ulkona tapahtuvasta oppimisesta. Opetustilanteen kestolla on tutkimusten mukaan merkittävä vaikutus opetuksen vaikuttavuuteen. Lyhytkestoinen ulkona tapahtuva oppiminen ei välttämättä tuo esille hyötyjä. Opetuksen laadulla on luonnollisesti myös suuri merkitys; ulkoilma oppimisympäristönä ei vielä takaa hyötyjä, vaan opetus tulee suunnitella ja toteuttaa huolella. Tämä toisaalta pätee mihin tahansa opetukseen, mutta ulkona opettaminen vaatii mahdollisesti vielä enemmän huomiota suunnitteluun ja toteutukseen. Tästä johtuen se vaatii perinteistä luokkahuoneessa tapahtuvaa opetusta enemmän resursseja, jotka ovat usein jo ennestään rajallisia.

Yksilön kehitys näkyy itsevarmuuden, itsetunnon ja opiskelumotivaation kehittymisenä. Oma-aloitteisuuden ja motivaation kehittymisestä tutkimukset ovat hieman erimielisiä. Oppilaiden ihmissuhteet kehittyvät yhteistoiminnallisten aktiviteettien myötä. Oppilaat oppivat toimimaan ryhmissä ja johtamaan ryhmää. Erityisen mielenkiintoinen on tutkijoiden Dillon et al. huomio murrosikäisten käyttäytymisongelmien helpottumisesta ulkona opettamisen myötä. Opettajien keskinäinen yhteistyö sekä yhteistyö koulun ulkopuolisten toimijoiden kanssa on tärkeää kahdesta syystä. Ensinnäkin oppilaat näkevät opettajiensa yhteistyön ja kopioivat sitä. Toisaalta opettajat näkevät oppilaansa aivan uudenlaisessa tilanteessa toisen opettajan ohjaamana. Osassa tutkimuksista on todettu, että ulkona opettamisen hyödyt saattavat siirtyä myös perinteiseen opetukseen.

Tutkimuksissa on todettu, että ulkona opettamisen myötä oppilaille syntyy laajempi kokonaiskuva tarkasteltavasta aiheesta. Yhteisöllisten projektien on todettu olevan erinomaisia oppiaineiden integrointiin, mutta resurssien puuttuminen on suuri ongelma. Oppimiskokemukset vaihtelevat huomattavasti, ja osa oppilaista osaa kuvailla oppimiskokemustaan teknisin termein, kun taas osa kykenee luomaan yhteyksiä spesifien oppisisältöjen ja opetussuunnitelman laajempien osa-alueiden välillä.

Kokemuksellisuus ja elämyksellisyys tekevät ulkona opettamisesta sekä merkityksellistä että muistettavaa. Tutkijoiden mukaan oppilaat muistavat ulkona toteutetuista aktiviteeteista aistimuksia. Kokemuksellisuus tukee myös affektiivisen ja kognitiivisen oppimisen osa-alueiden keskinäistä toimintaa, joka saattaa tutkijoiden mukaan tarjota polkuja korkeamman tason oppimiseen. Kokemuksellisuuden katsotaan myös tukevan luontosuhteen sekä luonnon arvostamisen kehittymistä, mutta ympäristökasvatukseen liittyvät tavoitteet asenteista ja arvoista eivät välttämättä toteudu ulkona opettamisen yhteydessä. Oppilaiden ulkona opettamista edeltävät kokemukset sekä opetuksen myötä syntyvät kokemukset vaihtelevat tutkimusten mukaan paljon. Tämä näkyy oppilaiden hyvin poikkeavina tapoina kuvailla oppimaansa. Kokemuksellinen oppiminen saattaa tässä mielessä aiheuttaa ongelmia, sillä oppilaille saattaa syntyä virheellisiä käsityksiä. Tästäkin syystä opetuksen huolellinen suunnittelu ja toteutus on tärkeää.

2.3 Opetussuunnitelman perusteiden näkökulma

Tässä luvussa tarkastellaan, miten uudessa perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa otetaan kantaa ulkona opettamiseen. Suoranaisesti ulkona tapahtuvaan opettamiseen otetaan kantaa melko vähän, nopean tarkastelun perusteella, mutta koulun ulkopuolella tapahtuva oppiminen on merkittävässä roolissa. Tarkastelun kohteena on etenkin se, miten ulkona opettaminen näkyy oppimisympäristöissä ja -näkemyksissä ja koulun ulkopuolisista toimijoista puhuttaessa. Tarkastelussa pyritään kiinnittämään huomiota myös siihen, millaisia edellytyksiä uudet perusteet, esimerkiksi laaja-alaisine osaamiskokonaisuuksineen, mahdollistavat ulkona opettamiselle. Motiiveja ulkona opettamiselle pyritään luomaan osoittamalla yhtymäkohtia opetussuunnitelman perusteiden tavoitteiden ja edellisissä luvuissa esiteltyjen ulkona opettamisen hyötyjen välillä. Tavoitteena on selvittää myös, millaisia reaktioita uudet perusteet ovat aikaansaaneet opetusalan toimijoiden keskuudessa, etenkin ulkona opettamisen kannalta.

Opetushallitus on määrittänyt uuden opetussuunnitelman perusteiden yhtenä tavoitteena tarjota oppilaille mahdollisuuden oppia monipuolisissa oppimisympäristöissä [65]. Opetussuunnitelman uudistamisen tavoitteissa todetaan seuraavasti:

> Opetussuunnitelman perusteiden uudistaminen pyrkii luomaan paremmat edellytykset koulun kasvatustyölle, kaikkien oppilaiden mielekkäälle oppimiselle ja kestävälle tulevaisuudelle – syventämällä oppimiskäsitystä sekä vahvistamalla edellytyksiä tietoa luovaan, yhteisölliseen ja oppilaiden tarpeet huomioon ottavaan oppimiseen monipuolisissa oppimisympäristöissä –.

Tavoitteissa ei suoraan todeta, millaisia monipuolisten oppimisympäristöjen tulisi olla. Ulkona opettaminen kuitenkin tarjoaa luonnollisesti hyvin erilaisen oppimisympäristön kuin perinteisessä luokkahuoneessa opettaminen. Opetussuunnitelmatyön päällikkö, opetusneuvos Irmeli Halinen, on todennut oppimisympäristöjen monipuolistamisen lisäksi tärkeäksi tavoitteeksi "koulussa ja sen ulkopuolella tapahtuvan oppimisen kietoutumisen yhteen" [26, s. 22]. Halinen tarkoittanee tällä koulussa tapahtuvan formaalin oppimisen ja koulun ulkopuolella tapahtuvien non-formaalien ja informaalien oppimistilanteiden lähentymistä. Toisin sanoen oppilaan tulisi kyetä yhdistämään koulun ulkopuolella tapahtuva oppiminen koulussa tapahtuvaan oppimiseen – löytää yhtymäkohtia näiden välille. Toisaalta oppilaan tulisi tavoitteen mukaan havaita myös koulun ulkopuolella tapahtuvassa oppimisessa yhtymäkohtia koulussa opittuun. Tavoitetta voi ajatella myös siten, että koulun järjestämän sisällä ja ulkona tapahtuvan oppimiseen tähtäävän toiminnan tulisi sisältää yhtymäkohtia. Koulun tulisi siis tarjota opetusta sekä sisällä että ulkona siten, että samat oppisisällöt saataisiin opetettua monipuolisemmin kuin perinteisessä opetuksessa.

Halisen esittämä tavoite voisi onnistuessaan saada oppilaissa aikaan innostumista ja motivoitumista, kun vapaa-ajalla opitut asiat tulisivat esille myös koulussa ja päinvastoin. Dillon et al. mukaan perinteistä luokkahuoneessa tapahtuvaa oppimista pidetään "tylsänä" ja koulun ulkopuolella tapahtuvaa oppimista "kivana" [20, s. 23]. Mikäli oppilaat näkisivät enemmän yhtymäkohtia koulun ulkopuolella tapahtuvan oppimisen ja koulussa tapahtuvan oppimisen välillä, "tylsä" voisikin muuttua hieman yllättäen "kivaksi". Koulun ulkopuolella tapahtuva oppiminen liittynee useimpien oppilaiden kohdalla harrastuksiin tai arkielämään. Jos koulussa kiinnitettäisiin enemmän huomiota oppilaiden kiinnostusten kohteisiin, ja ne onnistuttaisiin jollain tavalla liittämään koulun oppisisältöihin, voisi muutos tapahtua.

Edellä mainittu koulun ulkopuolella tapahtuva oppiminen näkyy uusissa perusteissa muutamissa kohdissa suoraan. Luvussa "3.2 Opetuksen ja kasvatuksen valtakunnalliset tavoitteet" on todettu tärkeänä koulun ulkopuolella tapahtuva oppiminen, mikä on tulkittavissa valtioneuvoston asetuksen 422/2012 pykälästä 4 [66, s. 17]. Koulun ulkopuolella tapahtuvalle oppimisille on siis olemassa perusta perusopetuslakiin liittyvässä valtioneuvoston asetuksessa.

Perusteiden luvussa 4 on kuvattu yhtenäisen perusopetuksen toimintakulttuuria. Luvussa ”4.2 Toimintakulttuurin kehittämistä ohjaavat periaatteet” on todettu alaotsikon ”Vuorovaikutus ja monipuolinen työskentely” alla seuraavasti [66, s. 25]:

> Koulutyössä hyödynnetään suunnitelmallisesti eri työtapoja ja oppimisympäristöjä ja työskentelyä pyritään säännöllisesti viemään ulos luokkahuoneesta. Luodaan mahdollisuuksia projektimaiseen työskentelyyn ja kokonaisuuksien opiskeluun sekä yhteistyöhön koulun sisällä ja koulun ulkopuolisten toimijoiden kanssa. Koulun aikuisten keskinäinen yhteistyö sekä vuorovaikutus ympäröivän yhteiskunnan kanssa tukevat oppilaiden kasvua hyvään vuorovaikutukseen ja yhteistyöhön. Yhdessä tekeminen edistää oman erityislaadun tunnistamista ja taitoa työskennellä rakentavasti monenlaisten ihmisten kanssa.

Katkelmassa tulee esille koulun ulkopuolella tapahtuvan oppimisen kaksi merkitystä, jotka ovat tulkittavissa myös Halisen perusteiden uudistamisen tavoitteista – oppimista tulisi viedä luokkahuoneen ulkopuolelle ja koulun sisäisten ja ulkoisten toimijoiden yhteistyötä tulisi kehittää oppimisen ja kasvun edistämiseksi. Luvun ”4.3 Oppimisympäristöt ja työtavat” alaotsikon ”Oppimisympäristöt” alla todetaan seuraavasti [66, s. 27]:

> – oppimisympäristöjen kehittämisessä ja valinnassa otetaan huomioon, että oppilaat oppivat uusia tietoja ja taitoja myös koulun ulkopuolella.

Samassa yhteydessä todetaan myös seuraavasti [66, s. 28]:

> Koulun sisä- ja ulkotilojen lisäksi eri oppiaineiden opetuksessa hyödynnetään luontoa ja rakennettua ympäristöä. Kirjastot, liikunta-, taide- ja luontokeskukset, museot ja monet muut yhteistyötahot tarjoavat monimuotoisia oppimisympäristöjä.

Kyseinen katkelma esittää hyvin suoraan tarpeen hyödyntää koulun ulkopuolisia oppimisympäristöjä opettamisen ja oppimisen tukena. Uusissa perusteissa koulun ulkopuoliset oppimisympäristöt liitetään koulun ulkopuolisiin toimijoihin useissa kohdissa, kuten luvun ”5.2 Yhteistyö” otsikon ”Koulun sisäinen yhteistyö ja yhteistyö muiden tahojen kanssa” alla [66, s. 35]:

> Yhteistyö nuoriso-, kirjasto-, liikunta- ja kulttuuritoimen, poliisin sekä seurakuntien, järjestöjen, yritysten ja muiden lähiympäristön toimijoiden kuten luontokoulujen, museoiden ja nuorisokeskusten kanssa lisää oppimisympäristöjen monipuolisuutta ja tukee koulun kasvatustehtävää.

Myös opintokäynnit ja leirikoulut nähdään tilanteina, jotka tarjoavat autenttisia oppimistilanteita ja -ympäristöjä sekä mahdollisuuden yhteistyöhön koulun ulkopuolisten toimijoiden kanssa [66, s. 43]. Koulun järjestämä oppituntien ulkopuolinen kerhotoiminta on yksi tapa yhdistää koulussa opittu oppilaiden harrastuksiin [66, s. 41]. Kerhotoiminnan oppimisympäristöjä tulisi muokata siten, että ne tukisivat oppilaiden harrastuneisuutta [66, s. 42]. Myös kerhotoimintaan katsotaan olennaisesti liittyvän yhteistyö koulun ulkopuolisten toimijoiden kanssa.

Uusien perusteiden kenties merkittävin uudistus on laaja-alainen osaaminen ja sitä tukevat monialaiset oppimiskokonaisuudet. Laaja-alaisella osaamisella tarkoitetaan ”tietojen, taitojen, arvojen, asenteiden ja tahdon muodostamaa kokonaisuutta” [66, s. 17]. Laaja-alainen osaaminen on jaettu seitsemään osaamiskokonaisuuteen [66, s. 18-23]. Niiden sisällyttämistä uusiin perusteisiin tukee etenkin muutos koulun ulkopuolisessa maailmassa. Muutoksen myötä koulussa on entistä tärkeämpää pyrkiä opettamaan oppiaineita integroiden, mutta myös oppiainerajoja ylittäviä tietoja ja taitoja. Erityisen tärkeänä monialaisen osaamisen suhteen pidetään työskentelytapoja ja sitä millainen on oppijan ja ympäristön vuorovaikutus [66, s. 17-18]. Laaja-alaiset osaamiskokonaisuudet on esitelty seuraavassa:

- ajattelu ja oppimaan oppiminen (L1)
- kulttuurinen osaaminen, vuorovaikutus ja ilmaisu (L2)
- itsestä huolehtiminen ja arjen taidot (L3)
- monilukutaito (L4)
- tieto- ja viestintäteknologian osaaminen (L5)
- työelämätaidot ja yrittäjyys (L6)
- osallistuminen, vaikuttaminen ja kestävän tulevaisuuden rakentaminen (L7).

Edellä mainituista osaamiskokonaisuudet ovat hyvin samankaltaisia kuin luvussa esitetyt ulkona opettamisen tavoitteet. Erityisesti kokonaisuuksista L1, L2, L3 ja L7 ovat lähellä ulkona opettamisen tavoitteita. Myös L5, tieto- ja viestintäteknologian osaaminen, on mahdollista sisällyttää ulkona opettamiseen merkityksellisesti esimerkiksi käyttämällä mobiililaitteita. Koska ulkona opettamisessa hyödynnetään usein myös koulun ulkopuolisia toimijoita, on opetuksessa mahdollista huomioida myös työelämätaitoihin ja yrittäjyyteen liittyviä asioita.

Monialaisten oppimiskokonaisuuksien tarkoituksena on tukea erityisesti edellä esitettyjen laaja-alaisten osaamiskokonaisuuksien tavoitteiden saavuttamista [66, s. 29-31]. Monialaiset oppimiskokonaisuudet toimivat oppiaineita integroivina (eheyttävinä) [66, s. 29]. Niiden pyrkimyksenä on saada oppijat huomaamaan ja ymmärtämään oppisisältöjen välisiä suhteita ja riippuvuuksia. Monialaisia oppimiskokonaisuuksia olisi tarkoitus suorittaa vähintään yksi lukuvuodessa [66, s. 30]. Oppimiskokonaisuuksien tavoitteet, sisällöt ja toteuttamistavat ovat paikallisesti päätettävissä. Perusteissa mainitaan, että oppimiskokonaisuuksien tulisi olla ajallisesti riittävän pitkiä, jotta työskentely olisi tavoitteellista, monipuolista ja pitkäjänteistä. Halinen et al. toteavat, että oppimiskokonaisuuden tulisi vastata tuntimäärältään vähintään oppilaan yhden kouluviikon tuntimäärää [27, s. 31]. Monialaisista oppimiskokonaisuuksista voidaan tehdä yhteistyösuunnitelmia koulun ulkopuolisten toimijoiden kanssa, jolloin ne voivat toimia koulun ja sen ulkopuolisen yhteiskunnan yhteistyön keinoina [66, s. 30, 32]. Tällä tavoin ne myös mahdollistavat koulun ulkopuolella tapahtuvan oppimisen. Halinen et al. mukaan etenkin vuosiluokilla 7-9 korostuu oppimiskokonaisuuksien ennakkosuunnittelu ja aineenopettajien yhteistyö [27, s. 34].

Oppilaiden aktiivinen rooli on monialaisissa oppimiskokonaisuuksissa keskeisessä asemassa [27, s. 32]. Halinen et al. mukaan oppilaat ovat mukana sekä oppimiskokonaisuuden suunnittelussa aiheiden että toteutustapojen osalta. Oppimiskokonaisuuksien on tarkoitus tarjota oppilaille mahdollisuuksia tutkia mielenkiintoisia ilmiöitä sekä vaikuttaa lähiympäristöönsä. Oppimiskokonaisuudet tukevat oppilaiden arkiosaamisen ja kansalaistaitojen kehittymistä. Vuosiluokilla 7-9 oppilaiden aktiivinen rooli ja vastuu omasta oppimisesta korostuvat [27, s. 34]. Halinen et al. mainitsevat myös oppilaiden vapaa-ajallaan hankkiman tiedon ja taitojen hyödyntämisen, ja oppilaat voivatkin toimia toistensa ohjaajina ja opettajina.

Koulun ulkopuolella tapahtuva oppiminen ja opettaminen näkyvät opetussuunnitelmassa monin tavoin epäsuorasti. Uusissa perusteissa painotetaan koulun ja ulkopuolisten tahojen yhteistyötä nuorten kasvun ja oppimisen tukena [66, s. 7, 9, 19, 25, 27, 30]. Yhteistyön myötä oppilaat kehittävät vuorovaikutus- ja yhteistyötaitojaan ja oppivat toimimaan joustavasti erilaisissa ympäristöissä. Koulun ulkopuolisten toimijoiden kanssa tehtävä yhteistyö ”rikastaa koulutyötä ja liittää sen ympäröivän yhteisön elämään” [66, s. 9].

Edellytykset ja tarve ulkona opettamiselle tulevat esille perusteiden maininnoissa, jotka liittyvät etenkin oppilaiden ekososiaalisen suhteen kehittymiseen. Oppimiseen liittyy oppilaan identiteetin, maailmankuvan ja -katsomuksen rakentuminen yhdessä ihmissuhteiden ja ekososiaalisten suhteiden luomisen kanssa [66, s. 13-14]. Ihmisen todetaan olevan osa luontoa ja riippuvainen luonnon antimista, minkä vuoksi ihmisen tulisi kasvaa ympäristötietoiseksi ja oppia tuntemaan elinympäristöään [66, s. 14, 19]. Luonnon arvostaminen ja ympäristöä suojeleva suhtautuminen ovat osa sivistyneen ihmisen ajatusmaailmaa ja tämän kehittämiseen pyritään opetuksessa [66, s. 13-14, 16-18]. Omakohtaisella luontosuhteella on ympäristön vaalimista ja suojelua edistävä merkitys, ja oppilaita pyritään tekemään tietoisiksi omien toimien ja elämäntapojen merkityksestä luonnolle [66, s. 23]. Kestävän kehityksen periaatteet näkyvät myös koulun arjessa [66, s. 27] Oppilaat osallistuvat kestävän kehityksen mukaisten periaatteiden suunnitteluun ja toteutukseen koulussa.

Aktiivinen oppiminen on merkittävässä roolissa uusissa perusteissa. Luvun ”2.3 Oppimiskäsitys” alussa on mainittu seuraavasti [66, s. 14]:

> Opetussuunnitelman perusteet on laadittu perustuen oppimiskäsitykseen, jonka mukaan oppilas on aktiivinen toimija.

Koulun tilaratkaisut (oppimisympäristöt) tukevat aktiivista oppimista [66, s. 28]. Toiminnalliset työtavat, kuten pelit, leikit ja fyysinen aktiivisuus tukevat oppimista ja luovat mahdollisuuksia luovalle ajattelulle [66, s. 18]. Perusteissa todetaan fyysisen aktiivisuuden ja ”istuvasta elämäntavasta” irtautumisen olevan oppivan yhteisön ominaisuuksia, ja kyseiset toiminnat kuuluvat jokaiseen koulupäivään [66, s. 25]

Suomen luonto- ja ympäristökoulujen liitto ry. on vuoden 2014 lokakuussa ottanut kantaa opetussuunnitelman perusteiden luonnokseen (ks. [67, 68, 69, 70]) lausunnossaan [100]. Lausunnossa kritisoidaan sitä, että luonnoksessa kestävän kehityksen liittäminen opetukseen on jätetty paikallisessa opetussuunnitelmassa päätettäväksi, kun sen tulisi liiton mukaan olla pakollinen kaikille kouluille. Lausunnon mukaan kestävä elämäntapa tulee esille vain osassa oppiainekohtaisia sisältöjä. Liiton mukaan sen tulisi sisältyä kaikkiin oppiaineisiin, sillä opettajat tarkastelevat usein vain oman aineensa sisältöjä. Liitto myöntää kuitenkin, että opetussuunnitelman yleisissä tavoitteissa kestävällä elämäntavalla on kiitettävän suuri rooli. Matematiikallakin on liiton mukaan osuutta kestävän elämäntavan edistämisessä. Lausunnossa todetaan:

> Jokaisella tieteenalalla ja oppiaineella on oma tehtävänsä kestävän elämäntavan edistämisessä. Ilman matematiikkaa on mahdotonta ymmärtää globaaleja ympäristökysymyksiä –.

Myös luokan ulkopuolella tapahtuva oppiminen tulisi liiton mukaan tuoda esille kaikkien oppiaineiden kohdalla erikseen [100, s. 2]. Jotta koulun ulkopuolella tapahtuvan oppimisen hyödyt tulisivat esille, pitäisi kunkin oppiaineen kohdalla mainita esimerkkejä yhteistyömahdollisuuksista koulun ulkopuolisten toimijoiden kanssa sekä luonnon hyödyntämisestä oppimisympäristönä. Liitto painottaa myös tarvetta tukea LYKE-verkoston kaltaisten toimijoiden toimintaa taloudellisesti, esimerkiksi tarjoamalla luontokouluja ylläpitäville kunnille ”porkkanoita”, ja tämän edistämiseksi on tärkeää, että opetussuunnitelman perusteissa luontokoulutoiminta esitetään merkittävänä opetusta tukevana resurssina [100, s. 3].

Suomen luonto- ja ympäristökoulujen liito ry. järjesti vuoden 2014 marraskuussa kutsuseminaarin ”Opetussuunnitelma uudistuu – uudistuuko opetus?”, jonka tavoitteena oli hankkia alan toimijoilta tietoa yhteistyön kehittämiseksi ja tavoitteiden edistämiseksi [103]. Seminaari järjestettiin yhteistyössä Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitoksen ja Suomen nuorisokeskusyhdistyksen kanssa ja siihen osallistui edustajia mm. Opetushallituksesta, Opetus- ja kulttuuriministeriöstä sekä kouluista ja kaupunkien eri yksiköistä. Seminaarin pääasiallisena tavoitteena oli löytää keinoja opetussuunnitelmauudistuksen muutosten hyödyntämiseksi käytännön opetustyössä ulkona opettamisen ja ympäristökasvatuksen näkökulmasta.

Seminaarissa Anna Uitto, biologian didaktiikan professori Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitokselta, kertoi ulkona opettamisesta opettajankoulutuksen näkökulmasta [101, 136]. Uiton mukaan koulun ulkopuoliset oppimisympäristöt ovat tärkeitä kaikissa oppiaineissa [136, s. 2]. Hän katsoo opetussuunnitelmauudistuksen tukevan ulkona opettamista [136]. Esimerkiksi lähiluonto oppimisympäristönä tukee Uiton mukaan kokemuksellista ja kontekstuaalista oppimista, luonnossa liikkumiseen ja sen tutkimiseen ja havainnointiin liittyviä taitoja ja lisää kiinnostusta ja motivaatiota tarkasteltavia ilmiöitä kohtaan. Myös myönteisten luontoarvojen ja -asenteiden kehittyminen, luonnon virkistyskäyttö, yhteistoiminnallisuus ja aktiivinen toimijuus ovat tärkeitä ulkona oppimisessa. Koulun ulkopuolella tapahtuva opetus tarjoaa myös mahdollisuuden hyödyntää mobiilivälineitä opetuksessa. Uitto huomauttaa, että koulun ulkopuolisten oppimisympäristöjen hyödyntäminen on vähäistä, vaikka opettajat ja oppilaat ovatkin halukkaita niiden käyttöä lisäämään [136, s. 13].

Opettajien ammattijärjestön erityisasiantuntija Jaakko Salo käsitteli esityksessään ulkona opettamisen turvallisuuteen liittyviä kysymyksiä [116]. Salo toteaa ulkona opettamisen hyödyiksi koulun ulkopuolisten oppimisympäristöjen olevan luonteeltaan oppilaita motivoivia ja luovan iloa; ne lisäävät toiminnallisuutta, elämyksellisyyttä ja edistävät tutkivaa oppimista autenttisissa ympäristöissä. Turvallisuuteen liittyvään kysymykseen ei hänen mielestään ole olemassa yksiselitteistä vastausta. Salo kuitenkin näkee uuden opetussuunnitelman tukevan voimakkaasti koulun ulkopuolisten oppimisympäristöjen hyödyntämistä. Tämä tulee esille siten, että opetussuunnitelmassa painotetaan laajojen sisältöjen sijaan taitojen oppimista. Ilmiölähtöinen oppiminen ja monialaiset oppimiskokonaisuudet mahdollistavat oppiaineiden integroinnin, joita voidaan toteuttaa esimerkiksi koulun ulkopuolella opettajien yhteistyönä. Salo huomauttaa, että koulun ulkopuolella tapahtuva oppiminen motivoi myös opettajia, ja näin innostus tarttuu. Ongelmallisen ulkona opettamisesta tekee mahdollisesti suuret ryhmäkoot ja ryhmän koostumus sekä opettajien pelot oikeudellisesta vastuusta ongelmien ilmaantuessa.

Seminaarissa Najat Ouakrim-Soivio Opetus- ja kulttuuriministeriöstä oli huolissaan kansallisten oppimistulosten ja oppimiseen liittyvien asenteiden heikkenemisestä [101]. Hänen mukaansa opetuksessa tulisi hyödyntää entistä enemmän nonformaalia ja informaalia oppimista. Kuntaliiton erityisasiantuntija Kurt Torsell esitti kuntakohtaisten opetussuunnitelmien olevan erityisen tärkeitä ulkona oppimisen käytäntöjen tukemisessa. Torsellin mukaan on kuntien ja valtion vastuulla mahdollistaa jokaiselle koululaiselle minimitason mahdollisuudet ulkona oppimiseen, joka ei ole hänen mukaansa korvattavissa virtuaaliopetuksella. Suomen nuorisokeskusyhdistyksen kehittämispäällikkö Mikko Niipala mainitsi todellisen oppimisen syntyvän merkitysten muodostumisen kautta, ja merkityskokemukset taas syntyvät toimintaan liittyvien tunnekokemusten kautta.

Suomen luonto- ja ympäristökoulujen liitto ry. on tarkastellut myös toteutuneita opetussuunnitelman perusteita [102]. Tarkastelussa on haettu opetussuunnitelman perusteista suoria lainauksia ulkona opettamiseen, ympäristöön, luontoon ja kestävään kehitykseen liittyvillä hakusanoilla. Kaiken kaikkiaan näyttäisi siltä, että ympäristöasioilla on todella suuri osuus uusissa perusteissa. Mutta kuten liitto kannanotossaankin huomioi luonnosten suhteen, myös toteutuneissa perusteissa ympäristöasiat tulevat esille pääasiassa yleisissä tavoitteissa. Huomionarvoista on myös se, että etenkään vuosiluokkien 7-9 oppiainekohtaisissa kuvauksissa ei monessa kohtaa mainita ympäristöasioita tai ulkona tapahtuvaa opettamista, lukuun ottamatta luonnontieteitä (biologia, maantiede).

Ulkona opettaminen liitetään opetussuunnitelmassa tarkastelun perusteella selvästi enemmän vuosiluokkien 1-6 toimintaan [102]. Tämä johtunee osaltaan siitä, että vuosiluokkien 1-6 opetus on hyvin pitkälti sidottuna yhteen opettajaan, luokanopettajaan – koulupäivän kulku ja oppiainerajat ovat yhden opettajan päätettävissä. Vuosiluokkien 7-9 opetus taas on hyvin oppiainesidonnaista ja tarkkaan aikataulutettua. Uusissa opetussuunnitelman perusteissa on tosin painotettu koulun sisäisten toimijoiden välistä yhteistyötä, ja oppiaineiden integroinnin osalta on esitetty erilaisia toimintamalleja [66, s. 8, 29-31]. Monialaiset oppimiskokonaisuudet nähdään perusteissa toimintana, joka sekä vaatii että tukee yhteistyötä ja oppiaineiden integrointia.

Myös Suomen leirikouluyhdistys on nettisivuillaan ottanut kantaa uusiin perusteisiin [95]. Yhdistyksen mukaan leirikoulutoiminnan arvoperusta tulee esille esimerkiksi perusteiden laaja-alaisen oppimisen oppimisympäristöissä. Kannanoton mukaan perusteissa mainitut oppimisympäristöille asetetut tavoitteet tulevat kannustamaan kouluja hyödyntämään jatkossa entistä enemmän leirikouluja. Leirikoulussa käytettävät oppimisympäristöt tukevat yksilön ja yhteisön oppimista ja kasvua, ovat innostavia ja mahdollistavat ulkona oppimisen. Yhdistyksen mukaan leirikoulussa syntynyt yhteys luontoon tukee ympäristöön liittyvien asenteiden ja arvojen kehittymistä [96].

2.3.1 Yhteenveto

Opetussuunnitelmatyön tavoitteeksi asetettu monipuolisten oppimisympäristöjen tarjoaminen tulee esille useissa kohdissa uusissa opetussuunnitelman perusteissa. Koulun ulkopuolisilla ja aktiivista oppimista tukevilla oppimisympäristöillä ja koulun ulkopuolisten toimijoiden kanssa tehtävällä yhteistyöllä on merkittävä rooli etenkin perusteiden yleisissä tavoitteissa, mutta oppiainekohtaisissa kuvauksissa nämä eivät tule niin vahvasti esille. Yleisissä tavoitteissa on todettu aivan suoraan luokkahuoneen ulkopuolella, ulkona ja luonnossa tapahtuva oppiminen. Koulun ulkopuolella tapahtuva oppiminen liitetään useissa kohdissa koulun ulkopuolisten toimijoiden kanssa tehtävään yhteistyöhön.

Kenties merkittävin ero vuoden 2003 opetussuunnitelman perusteisiin on ulkona opettamisen kannalta laaja-alaisten osaamiskokonaisuuksien ja niiden toteutumista tukevien monialaisten oppimiskokonaisuuksien sisällyttäminen. Laaja-alaisten osaamiskokonaisuuksien tavoitteet ovat selvästi yhteydessä luvussa 2.2 (s. 22) esitettyihin ulkona opettamisen hyötyihin. Näin ollen ulkona opettamisella vaikuttaisi olevan paikkansa myös opetuksessa ja kasvatuksessa. Monialaiset oppimiskokonaisuudet voisivat parhaimmillaan edistää aineenopettajien tehokasta yhteistyötä; sekä oppilaat että opettajat voisivat nähdä oppiaineen aivan uudella tavalla, havaita oppiaineiden välisiä yhteyksiä ja hahmottaa laajempia kokonaisuuksia.

Useat opetusalan edustajat näkevät opetussuunnitelman mahdollistavan ulkona opettamisen. Ulkona opettamiselle on edustajien mukaan myös tarvetta entistä enemmän sen useiden hyötyjen vuoksi, mutta ongelmalliseksi sen käytännön toteuttamisen saattavat tehdä opettajiin kohdistuvat syytökset vaaratilanteiden sattuessa ja opetusryhmän koko ja koostumus. Opetussuunnitelman oppiainekohtaisissa kuvauksissa ulkona opettaminen näkyykin huomattavasti enemmän vuosiluokkien 1-6 kuin vuosiluokkien 7-9 kohdalla. Tämä johtunee osittain opetusryhmän hallintaan liittyvistä seikoista, mutta myös opetuksen järjestyksen luonteesta; luokanopettaja voi melko vapaasti päättää missä ja etenkin miten ja milloin opetuksensa järjestää. Lisäksi luokanopettajilla on huomattavasti monialaisempi koulutus, mikä voi osaltaan helpottaa eheyttävään opettamiseen ryhtymistä. Uudet opetussuunnitelman perusteet painottavat voimakkaasti koulun ulkopuolella tapahtuvaa oppimista, sen liittämistä koulun ulkopuolisten toimijoiden kanssa tehtävään yhteistyöhön sekä koulun sisäisten toimijoiden yhteistyötä. Kyseinen toiminta on mainittu opetussuunnitelman koko perusopetusta koskevassa osiossa, joten se koskee myös vuosiluokkien 7-9 opetusta ja näin ollen mahdollistaa sekä kannustaa sen toteuttamiseen kyseisillä vuosiluokilla.

2.4 Ulkona opettaminen Suomessa

Suomessa merkittävin ulkona opettamisen toimija on Luonto- ja ympäristökasvatuksen tukiverkosto, LYKE, jota koordinoi Suomen luonto- ja ympäristökoulujen liitto ry. [98]. Verkosto toimii yhteistyössä muiden ympäristö- ja luontokasvatuksen toimijoiden, kuten Metsähallitusten luontokeskusten ja leirikoulukeskusten, kanssa. LYKEn tavoitteena on tukea varhais- ja perusopetuksessa tapahtuvaa ympäristö- ja luontokasvatusta järjestämällä esimerkiksi ympäristö- ja luontokoulupäiviä lapsille ja nuorille sekä koulutuspäiviä opettajille. Verkostoon kuuluu Suomessa kaiken kaikkiaan noin kuusikymmentä toimijaa ja käyntejä vuonna 2013 oli kävijöiden määränä mitattuna 190 000.

LYKEn toiminta perustuu sekä kansallisiin että kansainvälisiin sopimuksiin liittyen lasten ja nuorten kasvatukseen ja hyvinvointiin. Tällaisia ”sopimuksia” ovat verkoston mukaan esimerkiksi [99, s. 1]:

- vuoden 2011 hallitusohjelma, jossa on määrätty kyseisen toiminnan kehittämisestä ja sen aseman vahvistamisesta
- lapsi- ja nuorisopolitiikan kehittämisohjelma vuosille 2012-2015, jossa on määrätty tuki kyseisen toiminnan kehittämiselle
- opetussuunnitelman perusteiden uudistamistyö, jossa kestävällä kehityksellä on merkittävä rooli

- kansallinen ja YK:n kestävää kehitystä edistävän kasvatuksen ja koulutuksen toteuttamissuunnitelmat, joissa on esitetty luontokoulutoiminnan kehittämistä.

Vuoden 2011 hallitusohjelma oli vuonna 2007 perustetulle verkostolle rahoituksen kannalta merkittävä [97]. Verkoston (aiemmin liiton) rahoitus on tullut alkuvuosina Ympäristöministeriön harkinnanvaraisista valtionavustuksista ja myöhemmin Opetus- ja kulttuuriministeriön kehittämisavustuksista. Vuonna 2014 liitolle myönnettiin asema nuorisotyön palvelujärjestönä, minkä myötä liiton toiminnalla on jatkossa pysyvä rahoitus.

Verkoston vuonna 2012 toteuttaman kuntien koulu- ja sivistystoimenjohtajille suunnatun kyselyn mukaan luonto-, ympäristö- ja leirikoulujen ja kestävää kehitystä tukevan toiminnan kehittäminen on melko tai erittäin tärkeää – kaikkien vastaajien mielestä [99, s. 2]. Toimintaan osallistuneille asiakkaille vuonna 2013 teetetyn kyselyn mukaan 91 % vastaajista piti toimintaa opetussuunnitelman tavoitteiden mukaisena ja 92 % vastaajista katsoi toiminnan olevan onnistunutta.

Suomessa ulkona opettamiseen liittyvä kouluttaminen on pääasiassa Suomen ympäristöopisto SYKLIn järjestämää. Opisto järjestää koulutuksia varhaiskasvatuksen, perusopetuksen ala- ja yläkoulun ja ammatillisen koulutuksen opettajille [110]. SYKLI toimii yhteistyössä useissa alan hankkeissa ja verkostoissa, täydennyskouluttaa opetushenkilöstöä ja on kehittänyt koulujen ja oppilaitosten kestävän kehityksen sertifikaattia vuodesta 2001 alkaen [111]. Kestävä kehityksen tukeminen on merkittävässä osassa opettajien kouluttamisessa, mutta koulutuksissa kiinnitetään huomiota myös muihin opetuksen ajankohtaisiin asioihin, kuten seuraaviin:

- oppiaineiden integrointi
- kokonaisuuksien ymmärtäminen
- yhteistoiminnallinen oppiminen
- yhteistyö koulun ja muiden toimijoiden välillä.

Koulutuksissa pyritään tarjoamaan opettajille käytännön työkaluja koulun lähiympäristön hyödyntämiseen eri oppiaineissa, myös matematiikassa. Esimerkiksi kevään 2015 yhden koulutuksen kuvaus on seuraavanlainen [109]:

> Päivän aikana kokeillaan metsäluokkahuoneeseen soveltuvia toiminnallisia menetelmiä esimerkiksi matematiikan, musiikin, äidinkielen ja vieraiden kielten, kuvaamataidon ja ympäristö- ja luonnontiedon opettamiseen lähimetsässä.

Suuri osa SYKLIn järjestämästä koulutuksesta on Opetushallituksen rahoittamaa ilmaista opetushenkilöstön täydennyskoulutusta [111]. Täydennyskoulutuksen lisäksi opisto järjestää oppilaitosten tilauskoulutusta, esimerkiksi opettajien veso-päiviä. SYKLI on myös koordinoinut vuosina 2012-2014 ”Ulos oppimaan - tukea koulujen luonto- ja ympäristökasvatukseen” -henkilöstökoulutushanketta [112]. Hankkeen tavoitteena oli opettajien kouluttaminen ”ekopedagogeiksi”, ympäristökasvatuksen toimijoiden verkostoitumisen edistäminen sekä luonto- ja ympäristökouluissa kehitettyjen oppimis- ja opetusideoiden levittäminen perusopetuksen opettajien saataville. Hanke toteutettiin käytännössä viidestä koulutusosiosta koostuvana opintokokonaisuutena yhden lukuvuoden aikana. Koulutusten teemat liittyivät pääasiassa ilmiöpohjaiseen ja yhteistoiminnalliseen oppimiseen. Hankkeessa oli mukana myös LYKE-verkoston toimijoita, WWF Suomi ja Suomen Ympäristökasvatuksen Seura ry.

Parhaillaan on käynnissä myös Henna ja Matti Tampion järjestämä sarja ulkona opettamisen kursseja nimeltään ”Ulos oppimaan!” [91, 92]. Kurssit ovat osa opetus- ja kulttuuriministeriön Osaava-ohjelman mukaista kehittämistoimintaa, johon Aluehallintovirasto jakaa valtion erityisavustusta [4]. Kurssien sisältö perustuu Tampioiden samannimiseen kirjaan, joka pyrkii tarjoamaan ideoita ulkona tapahtuvaan toiminnalliseen opettamiseen kaikille alakoulun luokka-asteille [91]. Kirja sisältää tuntisuunnitelmia, joiden pääteemoina ovat matematiikka ja äidinkieli. Kurssit ovat kirjassa esiteltyjen ideoiden kohderyhmän rajauksesta huolimatta tarkoitettu kattamaan koko perusopetus sekä lukiokoulutus [92].

2.5 Matematiikan opettaminen ulkona

Tämän luvun tavoitteena on yhdistää edellä käsitelty ulkona opettaminen ja matematiikan opettaminen. Motiiveja matematiikan ulkona opettamiselle pyritään luomaan tarkastelemalla sekä matematiikan roolia luonnontieteissä että luonnon matemaattista luonnetta. Lisäksi tarkastellaan luontoa oppimisympäristönä ja sitä miten uusissa perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa otetaan kantaa matematiikan opettamiseen ulkona ja millaisia oppimateriaaleja matematiikan ulkona opettamiseen on ennestään olemassa.

2.5.1 Matematiikka luonnontieteissä ja luonnossa

Tässä luvussa tarkastellaan matematiikan roolia luonnontieteissä sekä luonnon matemaattista luonnetta. Tarkastelun kohteena on etenkin se, millaisena matematiikan rooli luonnontieteissä kuvataan opetussuunnitelman perusteissa ja miten mahdollinen yhteys tulisi huomioida opetuksessa. Lisäksi tarkastellaan miten matematiikka tulee esille luonnon erilaisissa rakenteissa ja ilmiöissä, miten kyseistä matematiikan ja luonnon yhteyttä on perustelu ja miten yhteyttä voitaisiin hyödyntää oppilaita motivoivana ja innostavana tekijänä matematiikan opetuksessa.

Useat tiedemiehet ovat kirjoittaneet tai puhuneet matematiikan ja luonnon yhteydestä. Erityisen mielenkiintoisia ovat matemaatikkojen ja fyysikkojen näkemykset aiheeseen liittyen. Seuraavissa lainauksissa kuvataan kyseistä yhteyttä:

Euclid [12]:

> Luonnonlait ovat vain Jumalan matemaattisia ajatuksia.

Galileo Galilei [83]:

> Matematiikka on se kieli, jolla Jumala kirjoitti maailmankaikkeuden.

> Filosofia on kirjoitettu tähän suureen kirjaan, maailmankaikkeuteen, joka on aina edessämme avoinna. Kirjaa ei kuitenkaan voi käsittää ennen kuin oppii ymmärtämään kieltä ja lukemaan kirjaimia, joilla se on kirjoitettu. Se on kirjoitettu matematiikan kielellä, ja sen aakkosina ovat kolmiot, ympyrät ja muut geometriset kuviot, joita ilman ihmisen on mahdotonta ymmärtää siitä sanaakaan. Ilman niitä vaellamme vain pimeässä labyrintissa.

> Matematiikka on sekä avain että ovi tieteeseen.

Albert Einstein [11, 75]:

> Jos matematiikka kuvaa todellisuutta, se ei ole puhdasta. Jos matematiikka on puhdasta, se ei kuvaa todellisuutta.

> Kuinka voi olla, että matematiikka, joka lopulta on kuitenkin vain ihmisen ajattelun tuotetta ja jolla ei ole mitään itsenäistä olemassaoloa, soveltuu niin ihailtavan hyvin reaalitodellisuuden objekteihin?

Richard Feynman [151]:

> Joka ei tunne matematiikkaa ei kykene hahmottamaan luonnon kauneutta. Jos haluaa oppia luonnosta, oppia arvostamaan luontoa, on välttämätöntä ymmärtää kieltä, jolla luonto puhuu.

Edellä mainitut lainaukset kuvaavat pääasiassa matematiikkaa ”kielenä”, joka selittää koko maailmankaikkeutta. Galilein lainauksesta käy ilmi myös matematiikan yhteys luonnontieteisiin; matematiikka on niiden edellytys. Toisaalta Einsteinin esittämistä ajatuksista käy ilmi myös se, miten matematiikka toimii maailmankaikkeuden mallintamisessa, mutta ei ole kuitenkaan täydellinen tehtävässään. Vaikka matematiikan avulla on mahdollista mallintaa luontoa suhteellisen tarkasti, ei se kuitenkaan voi koskaan saavuttaa täydellisyyttä. Lainauksista käy ilmi, että jopa aikakautemme suurimmat tiedemiehet ovat hämmästelleet matematiikan ja luonnon suhdetta.

Eugene Wigner, Nobel-palkittu fyysikko, käsittelee vuonna 1960 julkaistussa artikkelissaan ”Matematiikan järjenvastainen sovellettavuus luonnontieteissä” matematiikan ja luonnontieteiden yhteyttä. Wignerin mukaan matemaattiset käsitteet tulevat esille yllättävissä tilanteissa, ja ne kuvaavat kyseisiä tilanteita paremmin kuin olisi odotettavissa [144, s. 2]. Hänen mukaansa matematiikan rooli luonnontieteissä ei ole järjellisesti ymmärrettävissä.

Wignerin artikkeli on herättänyt tiedeyhteisössä laajalti keskustelua. Matemaatikko Richard Hamming on esittänyt neljä perustelua sille, miksi matematiikka näyttäisi toimivan niin hyvin luonnon mallintamisessa. Ensinnäkin näemme sen mitä haluamme tai etsimme [29, s. 87]. Toisekseen valitsemme käyttämämme matematiikan teorian tilanteen mukaan tai kehitämme uuden; sama matematiikka ei toimi kaikissa tilanteissa [29, s. 89]. Kolmanneksi, tiede ei Hammingin mukaan vastaa kuin pieneen osaan maailman ongelmista. Näin ollen matematiikan saavutukset eivät ole niin merkittäviä kuin kuvittelemme. Viimeisenä perusteluna Hamming mainitsee ihmisen evoluution, joka on johtanut matematiikan käyttöön maailman mallintamisessa. Abbott on aihetta käsittelevässä artikkelissaan ehdottanut kahta lisäperustelua Hammingin esittämien lisäksi. Abbottin mukaan kaikki fysiikan lakeja esittävät matemaattiset mallit ovat yksinkertaistuksia [1, s. 2150]. Yksinkertaistetut mallit soveltuvat ihmismieleen, joka on rajallinen. Mallit kuitenkin tuottavat uskottavia tuloksia. Toinen Abbottin esittämä perustelu koskee matemaattisten mallien valikoitumista aikojen saatossa; matemaatikot ovat kehittäneet Abbottin mukaan enemmän epäonnistuneita kuin onnistuneita malleja. Toisin kuin Hamming, Abbott pyrkii osoittamaan matematiikan olevan vain melko hyvä työväline luonnon mallintamisessa sen sijaan, että se olisi jollain tavalla luontoon rakennettu ominaisuus.

Kenties pisimmälle ajatuksen matematiikan ja luonnon suhteesta on vienyt ruotsalais-yhdysvaltalainen astrofyysikko Max Tegmark, joka toimii professorina Massachusettsin teknillisessä korkeakoulussa (ks. [129]). Tegmark julkaisi vuonna 2014 aihetta käsittelevän kirjan ”Matemaattinen maailmankaikkeutemme”. Kirjassaan Tegmark esittää fyysisen todellisuuden vastaavan matemaattista rakennetta [130, s. 709-710]. Fyysinen todellisuus ei ole siis ainoastaan kuvattavissa matematiikan avulla, vaan fyysinen todellisuus ja matematiikka ovat rinnastettavissa. Tegmarkin mukaan ihmiset ovat valtavan matemaattisen objektin itsetietoisia osia.

Tegmarkin esittämät väitteet ovat saaneet paljon kritiikkiä tiedemaailmassa (ks. [128, 146]). Tegmarkin saama kritiikki kohdistuu esimerkiksi siihen, onko matematiikka keksitty vai löydetty rakenne. Tegmarkin mukaan ihmiset ovat keksineet matematiikan kielen, mutta sitä ei tule sekoittaa matematiikan rakenteeseen. Esimerkiksi modernin fysiikan yhtymäkohdat matemaattisiin rakenteisiin ei ole keksittyjä, vaan löydettyjä. Tegmark tekee eron asioiden fyysisen olemuksen ja niitä kuvaavan symbolin välille – esimerkkinä hän toteaa, että Platonin viisi kappaletta on mahdollista nimetä itse haluamallaan tavalla, mutta ei ole mahdollista keksiä kuudetta kappaletta, sillä sellaista ei voi olla olemassa.

Edellä matematiikan ja luonnon yhteyttä käsiteltiin hyvin filosofisessa mielessä. Millä tavoin matematiikka sitten käytännössä ilmenee luonnossa? Mikäli Tegmarkin väite matematiikan ja fyysisen todellisuuden yhtenevyydestä pitää paikkansa, kaikki luonnossa on matematiikkaa. Kenties tunnetuin matematiikan ja luonnon suhde on Fibonaccin lukujen esiintyminen luonnossa kasvien eri osissa (ks. [42, 43]). Fibonaccin luvut ja kultainen leikkaus ovat havaittavissa kasvien osien sijoittumisessa eli fyllotaksiassa, kertoo Tiensuu [132]. Esimerkiksi auringonkukan mykerössä olevat siemenet ovat asettuneet spiraaleihin. Tiensuun mukaan toinen spiraaleista kiertää myötäpäivään ja toinen vastapäivään, spiraalien lukumäärän ollessa esimerkiksi 34 ja 55 tai 21 ja 34.

Matematiikan avulla on mahdollista mallintaa useita luonnon rakenteita ja ilmiöitä. Erityisesti luonnossa esiintyvät kuviot ovat usein melko säännöllisiä, joten niiden matemaattinen mallintaminen on mahdollista. Tällaisia kuvioita tai ilmiöitä ovat esimerkiksi: lumihiutaleet, halkeamat, pilvet, eläinten kuviot, aallot, kasvien terälehdet ja lehtiasennot ja puut [5, 6, 7]. Ballin mukaan kyseiset kuviot tai ilmiöt ovat selitettävissä matematiikan ja luonnontieteiden avulla [5, s. 180-182] [7, s. 1-32]. Matematiikan avulla on mahdollista mallintaa niitä biologisia, kemiallisia ja fysikaalisia prosesseja, jotka saavat aikaan luonnon rakenteet. Ballin mukaan aiheesta tekee mielenkiintoisen se, että samat matematiikan teoriat tulevat esille useissa eri yhteyksissä.

Miksi luonnon rakenteita pitäisi tutkia ja mallintaa? Ensinnäkin aihe on hyvin monialainen ja tarjoaa siinä mielessä mahdollisuuden opetuksen eheyttämiseen. Toisaalta aihe on melko tuntematon ja voi siten herättää aivan uudenlaisia käsityksiä ympäröivästä maailmasta. Aihe on jo itsessään mielenkiintoinen, mutta erityisen kiinnostavaksi sen tekee useat sovellukset. Biomimetiikka on monialainen tieteenala, joka pyrkii ennen kaikkea tutkimaan luonnossa esiintyviä rakenteita ja prosesseja ja imitoimaan niitä ihmiskunnan ongelmien ratkaisemiseksi [8]. Benyuksen mukaan luonto on 3,8 miljardia vuotta kestäneen evoluution myötä oppinut mikä toimii ja mikä kestää. Biomimetiikka on tapa arvostaa luontoa; se edustaa luonnosta oppimista luonnosta ottamisen sijaan. Biomimetiikan monialaisuuden puolesta puhuvat lukuisten eri alojen julkaisut. Julkaisuja biomimetiikkaan liittyen on esimerkiksi seuraavilta aloilta: arkkitehtuuri, biologia, kemia, taloustiede, insinöörityö, evoluutio, materiaalitieteet ja mekaniikka [139].

Tässä opinnäytetyössä tullaan huomioimaan matematiikka luonnossa edellä kuvatulla tavalla, mutta myös luontoon liittyvän tekemisen, harrastusten sekä työskentelyn, kautta. Voidaankin ajatella, että luonnossa matematiikka ilmenee kahdella tavalla; suoraan luonnon rakenteissa ja prosesseissa sekä luontoon liittyvän tekemisen yhteydessä. Kolmaskin ilmenemistapa on kuitenkin havaittavissa useissa etenkin ala-asteikäisille suunnatuissa oppimateriaaleissa (ks. 2.5.3). Luonnon rakenteisiin ja prosesseihin liittyvä matematiikka saattaa olla hyvinkin monimutkaista (esim. differentiaaliyhtälöiden käsittelyä), mikä tekee aiheen soveltamisesta hankalaa peruskoulussa. Mikäli kyseistä ilmenemismuotoa haluaa soveltaa matematiikan opetuksessa, on valitettavasti tyydyttävä käsittelemään asioita melko pinnallisesti. Esimerkiksi Fibonaccin lukujono tarjoaa kuitenkin mielenkiintoisia ja yläasteikäisillekin soveltuvia aiheita.

2.5.2 Opetussuunnitelman perusteiden näkökulma

Uusissa opetussuunnitelman perusteissa ei erityisesti mainita, että matematiikkaa tulisi opettaa myös luokkahuoneen ulkopuolella. Toisaalta perusteissa kuitenkin todetaan peruskoulun toimintakulttuurin olevan sellainen, että myös luokkahuoneen ulkopuolisia oppimisympäristöjä hyödynnetään [66, s. 25]. Ja myös luonto mainitaan yhtenä hyödynnettävänä oppimisympäristönä [66, s. 28]. Perusteissa ei ole millään tavalla rajattu niitä oppiaineita, joita tulisi tai joita ei tulisi ulkona opettaa. Siispä myös matematiikkaa voidaan perusteiden mukaan opettaa ulkona.

Matematiikan ulkona opettamista tukee perusteissa matematiikan oppaineen tehtävä ja tavoitteet. Ensinnäkin matematiikan opetuksen keskeinen osa on perusteiden mukaan konkretia ja toiminnallisuus [66, s. 429]. Toisaalta opetuksen tehtävänä on herättää oppilaat huomaamaan matematiikan hyödyllisyys arkielämässä. Näiden tehtävien toteutumisessa ulkona opettaminen voisi olla huomattavasti tehokkaampaa kuin luokkahuoneessa työskentely, sillä luokkahuone on usein hyvin eristetty opiskeltavista oppisisällöistä. Perusteiden mukaan matematiikan opetuksen tulisi ”innostaa oppilaita löytämään ja hyödyntämään matematiikkaa omassa elämässään”.

Matematiikan opetuksen yhtenä tavoitteena mainitaan perusteissa oppilaan kyky havaita ja ymmärtää oppimiensa asioiden välisiä yhteyksiä [66, s. 429-430]. Perusteissa ei tarkemmin mainita tarkoitetaanko opituilla asioilla ainoastaan matematiikan oppisisältöjä vai kaikkea opittua. Ulkona opettaminen on luonteeltaan oppiaineita integroivaa, joten hyödyntämällä koulun ulkopuolista ympäristöä opetuksessa voitaisiin tavoite saavuttaa. Kenties merkittävin tavoite ulkona opettamisen kannalta on matematiikan opetuksen tavoite ”rohkaista oppilasta soveltamaan matematiikkaa muissakin oppiaineissa ja ympäröivässä yhteiskunnassa” [66, s. 430]. Tavoite yhdistää sekä oppiaineiden integroinnin että koulun ulkopuoliset oppimisympäristöt ja soveltuu näin ollen erinomaisesti motivaatioksi matematiikan ulkona opettamiselle. Kyseinen tavoite on perusteissa liitetty kaikkiin seitsemään laaja-alaisen osaamisen osa-alueeseen, kun taas muut tavoitteet on liitetty pääasiassa ainoastaan kahteen tai kolmeen osa-alueeseen. Näin ollen voitaneen olettaa, että kyseisen tavoitteen painoarvo on melko suuri suhteessa muihin tavoitteisiin. Tavoitteeseen on liitetty myös kaikki kuusi matematiikan keskeistä sisältöaluetta [66, s. 430-432].

Matemaattisten aineiden opettajien liitto, MAOL ry, on lausunnossaan ottanut kantaa perusteiden luonnokseen (ks. [90]). MAOL ei kannanotossaan suoraan mainitse koulun ulkopuolella tapahtuvaa oppimista, mutta ulkona opettaminen tulee epäsuorasti esille etenkin opetusmenetelmien kautta. Ensinnäkin MAOL katsoo oppilaiden arkielämästä lähtevän opetuksen olevan hyvä keino motivoimiseen [90, s. 1]. Alaotsikon ”Matemaattis-luonnontieteelliset aineet” alla MAOL mainitsee puutteen, joka näkyy yläluokkien matematiikan ja luonnontieteiden tavoitteissa ja sisällöissä – oppiaineiden välistä yhteistyötä ei ole mainittu [90, s. 2]. Erityisesti matematiikan opetussuunnitelmassa ei ole mainittu matematiikan yhteistyötä luonnontieteiden ja muiden tieteiden kanssa. Matematiikan merkitys ja hyöty oppilaan arjessa, yhteiskunnassa ja luonnontieteissä pitäisi tulla MAOLin mukaan paremmin esille.

Lausunnossa mainitaan myös, että matematiikan merkitys kestävälle kehitykselle tulisi huomioida. Opetussuunnitelman perusteissa laajenevilla opetusympäristöillä ja koulun ulkopuolisten toimijoiden kanssa tehtävällä yhteistyöllä on merkittävä rooli, ja niiden merkitys on selvästi kasvanut edellisiin perusteisiin nähden. MAOL ei kuitenkaan kannanotossaan huomioi asiaa ollenkaan.

2.5.3 Olemassa oleva oppimateriaali

Matematiikan ulkona opettamiseen on tarjolla hyvin vähän materiaalia. Olemassa olevat oppimateriaalit ovat suunnattu pääasiassa ala-asteikäisille. Lisäksi suomenkielisiä oppimateriaaleja on olemassa hyvin vähän, tai ne eivät ole ainakaan helposti saatavilla. Englanninkielisiä materiaaleja ei myöskään ole tarjolla kovin paljoa, mutta hieman paremmin kuitenkin kuin suomenkielisiä. Seuraavassa on lyhyesti esitelty muutamia ulkomaisia ja kotimaisia oppimateriaaleja.

NCETM: Opiskellaan matematiikkaa luokkahuoneen ulkopuolella
NCETM (National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics) on englantilainen matematiikan opetukseen keskittynyt kehittämiskeskus [56]. Keskus tarjoaa esimerkiksi oppimateriaaleja matematiikan opetukseen ja tietoa matematiikan oppimiseen liittyvästä tutkimuksesta ja järjestää opettajille kursseja.

NCETM on julkaissut oppimateriaalin myös matematiikan ulkona opettamiseen (ks. [57]). Oppimateriaali on seurausta Englannin opetusministeriön ulkona opettamista edistävälle julistukselle, jonka mukaan jokaisella nuorella tulisi olla mahdollisuus oppimiseen luokkahuoneen ulkopuolella iästä, kyvyistä ja olosuhteista riippumatta. Keskuksen mukaan ulkona oppiminen tukee autenttista ja kokemuksellista oppimista ja tarjoaa paremmat mahdollisuudet erityyppisille oppijoille. Konkreettisten ja uudentyyppisten oppimisympäristöjen lisäksi oppilaat voivat hetkeksi irtautua luokkahuoneen mahdollisesti vaativistakin odotuksista. Hyödyt ovat keskuksen mukaan huomattavat.

Keskuksen julkaisema materiaali on tarkoitettu sekä peruskouluikäisille (5-11 -vuotiaat) että toisen asteen koulutukseen (11-18 -vuotiaat) [57]. Oppimateriaali on suunnattu opettajien käyttöön, ja se on jaoteltu hyödynnettävän oppimisympäristön mukaan. Oppimisympäristöjä ovat esimerkiksi koulun piha ja luonto. Tarkempi tarkastelu osoittaa, että oppimateriaali on loppujen lopuksi koottu internetistä, eikä keskuksen itse kehittämä. Suuri osa materiaalista on vain kuvailua, eikä sisällä mitään konkreettisia ohjeita opetukseen.

Yhdessä luontoon sijoittuvassa materiaalissa oppilaat vertailevat tietyn kasvin lehtien kokoa erilaisilla kasvupaikoilla [57]. Oppilaiden tehtävänä on rajata itselleen alue, jolta kukin oppilas kerää kymmenen suurinta lehteä. Tehtävä opettaa sekä tilastollista lähestymistapaa että biologiaa. Idea aiheen matemaattiseen tarkasteluun pohjautuu kysymykseen: ”missä olosuhteissa kasvin lehdet ovat suurimmat?”. Tilastollista tarkastelua varten kukin oppilas valitsee sattumanvaraisesti yhden keräämistään lehdistä, ja lehdet asetetaan kahdelle taululle, joiden x-akselit vastaavat lehden pituutta. Näin tehdään sekä varjoisan että valoisan kasvupaikan lehtikoon jakaumaa vastaavat kuvaajat.

Toisessa luontoympäristöön sijoittuvassa materiaalissa toisen asteen oppilaiden tehtävänä on tutustua matemaattiseen mallintamiseen biologiassa [118]. Materiaalin tavoitteena on osoittaa oppilaille matematiikan ja laskennallisten taitojen merkitys tutkimuksen teossa. Materiaali koostuu kahdesta artikkelista ja kahdesta harjoituksesta. Artikkeleissa käsitellään sekä matemaattista mallinnusta biologian kannalta että erityistä mallintamiseen käytettävää sovellusta. Harjoituksissa tarkastellaan yhteyttä kasvien geenien ja niiden vaikutusten välillä ja proteiinien rakenteen vaikutusta niiden toimintaan. Materiaali ainoastaan havainnollistaa matematiikan soveltamista biologiassa, matemaattista teoriaa materiaali ei sisällä.

Oppimateriaalin lisäksi NCETM on julkaissut matematiikan ulkona opettamisen suunnittelua tukevia harjoituksia opettajille. Harjoituksissa pyritään vaiheittaisesti etenemään kohti valmista oppimateriaalia. Harjoituksissa opettajat pyrkivät yhteistyössä etsimään koulun lähiympäristöstä aiheita ja paikkoja matematiikan ulkona opettamiseen. Suunnittelun avuksi on annettu lista aiheita: arvioiminen, muoto, ohjeiden seuraaminen ja antaminen, aika, mittaaminen, kuvio, aineiston kerääminen ja mittakaava. Suunnittelussa tulee kiinnittää huomiota aiheen liittämiseen matematiikan opetussuunnitelmaan, aiheen kohderyhmään, tarvittaviin välineisiin, ajalliseen toteutukseen, oppimisympäristön erityispiirteiden hyödyntämiseen ja oppiaineiden integrointiin.

Creative STAR Learning Company: Matematiikkaa ulkona

Creative STAR Learning Company on skotlantilaisen ulkona opettamiseen erikoistuneen opettajan, Juliet Robertsonin, perustama yritys [85]. Yritys tarjoaa kouluille ulkona opettamista ja opettajille aiheeseen liittyviä koulutuksia. Robertson on luokanopettaja, jolla on kokemusta ulkona opettamisesta ympäri maailman.

Robertson on luonut opettajien käyttöön laajan oppimateriaalin matematiikan ulkona opettamiseen (ks. [86]). Robertson kuvailee materiaalinsa tarjoavan oppilaille muutakin kuin vain ”liikunnallisia matematiikkaleikkejä”. Hänen mukaansa lapset pitävät mahdollisuudesta työskennellä yhdessä, kokeilla ja tutkia asioita suuressa mittakaavassa. Materiaalit ovat muokattavissa kullekin ikäluokalle soveltuvaksi. Materiaali on jaettu neljään osaan, jotka ovat: muotoon, sijaintiin ja liikkeeseen liittyvät aktiviteetit, numeroihin, rahaan ja mittauksiin liittyvät aktiviteetit, tiedonkäsittelyyn liittyvät aktiviteetit ja avoimet aktiviteetit.

Materiaali sisältää kaiken kaikkiaan 55 aktiviteettia. Kuitenkin ainoastaan muutamassa aktiviteetissa tulee esille luvussa 2.5.1 esitetyt matematiikan ja luonnon suhteen ilmenemistavat. Materiaalissa on esimerkiksi aktiviteetteja, joissa tutustutaan symmetriaan luonnossa ja tarkastellaan fraktaaleja. Suhteen ilmeneminen jää kuitenkin hyvin olemattomaksi, eikä oppimateriaali sisällä ollenkaan aiheeseen liittyvää teoriaa. Materiaalin pääasiallinen kohderyhmä on alakouluikäiset, joten teorian puuttuminen lienee ymmärrettävää. Lopuissa aktiviteeteissa esille tulevat aiheet eivät liity millään tavalla luontoon, ja oppilaat vain rakentelevat luonnon materiaaleista mitä eriskummallisempia asioita, kuten ”fraktaalilohikäärmeitä”.

Luokkahuoneen ulkopuolella opettaminen: ulkoilmamatematiikka
Australialainen kustantaja, User Friendly Resources, on julkaissut kattavan materiaalin matematiikan ulkona opettamiseen [23]. Kirjasarjan ”Luokkahuoneen ulkopuolella opettaminen” (eng. Education Outside the Classroom) teos ”Ulkoilmamatematiikkaa” (eng. Outdoor Maths) sisältää 21 aktiviteettia. Materiaalin tavoitteena on kiinnittää oppilaiden huomio ympäristössä ja jokapäiväisessä elämässä esille tulevaan ”arkimatematiikkaan” [23, s. 3-4]. Aktiviteetit sisältävät arviointia, laskemista, mittaamista ja muistiinkirjaamista, ja apuvälineiden käytöllä on myös keskeinen rooli. Materiaalin esittelyssä painotetaan myös ryhmätyöskentelyä sekä tutkivaa oppimista. Myös luonnossa esiintyvät matemaattiset kuviot mainitaan.

Osa materiaalin aktiviteeteista on suunnattu yläasteikäisille, lopuissa ikäluokka on jätetty avoimeksi [23]. Aktiviteeteissa on määritelty ikäluokan lisäksi aktiviteetin aihealue matematiikan opetussuunnitelman näkökulmasta, oppimisympäristö, tarvittavat välineet, ryhmien koot sekä aktiviteetin ajallinen kesto. Oppimisympäristöt vaihtelevat aina koulun pihasta luonnollisiin ympäristöihin, ja aktiviteettien kesto on noin puolesta tunnista kahteen tuntiin.

Suurimmassa osassa materiaalin aktiviteeteista esille tuleva matematiikka ei liity suoranaisesti hyödynnettävään oppimisympäristöön. Kenties eniten ympäristöä hyödynnetään aktiviteeteissa, joissa määritetään puiden korkeuksia varjon tai peilin avulla, ja aktiviteetissa, jossa määritetään tukkipuun tilavuutta. Matematiikan osalta materiaali on edellä esiteltyjä materiaaleja kattavampi; matematiikkaa todella hyödynnetään monin tavoin. Valitettavasti materiaalissa ei ole millään tavoin huomioitu oppiaineiden integrointia.

Matematiikkaa ulkona luonnossa -hanke

Hämeenlinnan kaupunki, Lasten ja nuorten kulttuurikeskus Arx, Hyvinkään kaupunki ja Luontokoulu Pikkutikka ovat yhdessä kehittäneet materiaalin matematiikan ulkona opettamiseen [88]. Hanke toteutettiin vuosina 2008-2010 ja sen tuloksena syntyi sekä 45 minuutin ja puolentoista tunnin mittaisia ”matikkapolkuja”. Hankkeen on rahoittanut opetushallituksen oppimisympäristöhanke.

Materiaalin aiheita ovat esimerkiksi lukukäsite, peruslaskutoimitukset, geometria, mittaaminen ja prosenttiluvut [88]. Matikkapolut on suunnattu aivan peruskoulun ensimmäisille luokille. Tehtävät ovat toiminnallisia ja liikunnallisia. Luontokouluopettaja Aulikki Laine kertoo 18 opetusryhmän kokeilleen matikkapolkuja [47]. Tulokset olivat hyviä ja oppilaat ja opettajat olivat innoissaan aiheista. Laineen mukaan oppimateriaalin tavoitteena on ennen kaikkea oppiaineiden integrointi, ja se on itse asiassa matikkapolkujen vahvuus suhteessa perinteiseen opetukseen.

Oppimateriaalin matikkapolut sisältävät kukin muutamia noin 10-30 minuutin mittaisia harjoituksia. Harjoituksissa painottuu voimakkaasti kehollisuus ja yhteistoiminnallisuus. Oppiaineiden integrointi on hyvin vähäistä, vaikka se on oppimateriaalin pääasiallinen tavoite. Matemaattinen osuus on pääasiassa lukumäärien laskemista ja pinta-alan määrittämistä. Myös mittakaavan käyttöä harjoitellaan karttaa piirtäessä. Mikään materiaalissa esitetty harjoitus ei edellytä luokkahuoneesta poistumista.

Metsäyhdistyksen materiaaleja

Suomen Metsäyhdistys ry. ylläpitää metsä- ja luontoaiheista oppimisympäristöä ”Opeta & opi” [107]. Yhdistys on julkaisemiensa oppimateriaalien lisäksi perinteisen 8.-9. luokkalaisille pidettävän metsävisan järjestäjä. Tehtäviä ja harjoituksia on kaikkiin oppiaineisiin ja kaikille ikäluokille (ks. [108]).

Matematiikan oppimateriaali ”Matematiikkaa metsässä” koostuu viidestä harjoituksesta [106]. Harjoitusten lähteenä on mainittu ”Metsä vastaa”, joka on metsäkeskuksen vuoteen 2014 saakka ylläpitämä verkkopalvelu. Yksi tehtävistä olisi aivan yhtä hyvin toteutettavissa muussakin oppimisympäristössä kuin metsässä; geometristen kuvioiden muodostaminen köydestä silmät sidottuina ei liity millään tavalla luontoon. Tehtävässä ”Hehtaari ja muut mitat” tehtävänä on määrittää esimerkiksi kolmen metrin pituisen ja 10 vuotta vanhan männyn vuosittainen kasvu ja männyn pituus kahden vuoden kuluttua. Lisäksi tehtävässä oppilaat tekevät metsässä koealamittauksia ja pyrkivät näin määrittämään aarin ja hehtaarin kokoisen alueen puumäärän. Tehtävässä ”Taimia ja puita” oppilaat käyttävät hyödykseen Metsäyhdistyksen julkaisemia metsänmittausohjeita (ks. [104]) ja vertaavat arvioimaansa puiden korkeutta itse määrittämäänsä korkeuteen. Tehtävässä tehdään myös suuremman mittakaavan mittaus, jossa oppilaat määrittävät kokonaisen hehtaarin kaikki puut ja jakavat ne puulajeittain. Tämän jälkeen tehtävänä on muodostaa puulajijakautuma. Viimeisessä tehtävässä, ”Käpyjä ja siemeniä”, oppilaat karistavat keräämistään männyn- ja kuusenkävyistä siemenet. Tehtävänä on esimerkiksi määrittää keskimääräinen siemenmäärä kuusenkävyissä. Tämän jälkeen oppilaat idättävät siemeniä kolmen viikon ajan ja laskevat itämisasteen viikon välein. Tehtävässä punnitaan myös 1000 siemenen paino, ns. 1000-jyväpaino, ja lasketaan kuinka paljon siemeniä tarvitaan 2,5 hehtaarin hakkuualalle.

Metsäyhdistys on julkaissut myös 14 harjoituksesta koostuvan oppimateriaalin ”Visaisia tehtäviä” [105]. Tehtävät on tarkoitettu pareittain tai ryhmissä tehtäviksi. Ne ovat myös muunneltavissa sisältönsä ja vaikeusasteensa osalta. Tehtävien aiheet liittyvät metsässä tehtäviin mittauksiin ja ”metsätietämykseen”. Neljässä tehtävistä on mainittu matematiikka yhtenä aiheeseen liittyvistä oppiaineista. Tehtävässä ”Kuinka monta puuta tässä metsikössä on hehtaarilla?” määritetään mittanauhaa käyttäen puiden lukumäärä hehtaarin alalla [105, s. 2-4]. Tehtävässä määritetään myös puuston kuutiomäärä käyttäen relaskooppia. Tehtävässä ”Puun pituus”' oppilaat mittaavat puun pituuden käyttäen apunaan metrin mittaista keppiä ja mittanauhaa [105, s. 12-13].

Metla: Tutkimusretkelle metsään

Metsäntutkimuslaitos (Metla) on julkaissut peruskouluun soveltuvan ”Tutkimusretkelle metsään” -oppimateriaalin [36, s. 3]. Oppimateriaalin tavoitteena on opettaa 22 tehtävän avulla oppilaita luonnon havainnointiin ja kokeelliseen metsäntutkimukseen. Materiaali on jaettu neljään osaan, joista erityisesti osa ”Puiden kasvu vaihtelee” sisältää matematiikkaa. Materiaalin johdannossa todetaan seuraavasti:

> Puiden kasvu vaihtelee -kokonaisuus opettaa kokeellisen metsäntutkimuksen perusmenetelmiä. Tehtävissä mitataan puiden pituuksia, paksuuksia, ikää, metsän tiheyttä ja kuutiomääriä sekä perustetaan tutkimuskenttiä, joissa mittauksia toistetaan vuodesta toiseen. Perusmittausten lisäksi tunnistetaan puulajeja ja tutkitaan puiden kasvun vaihtelua.

Materiaalin tehtävät sisältävät sekä opettajan että oppilaan sivut [36, s. 3]. Oppilaille on annettu työohjeet ja opettajille taustatietoa tehtävien aiheisiin liittyen. Oppimisympäristön valinnassa tulee kiinnittää huomiota metsän kehitysvaiheeseen ja tyyppiin, ohjeistus valintaan on annettu tehtäväkohtaisesti. Metsäntutkimuslaitos myös kannustaa käyttämään omia tutkimusmetsiään oppimateriaalin kontekstina ja on esittänyt materiaalissa yhteyshenkilöiden yhteystiedot.

Materiaalin sisältämä matematiikka ei ole erityisen haastavaa ja tehtävät liittyvät pääasiassa mittaamiseen, tulosten analysoimiseen ja esittämiseen (ks. [36, s. 23-43]). Tehtävät ovat hyvin samankaltaisia kuin Metsäyhdistyksen materiaaleissa, mutta hieman yksityiskohtaisempia. Opettajan osioissa esitetyt aiheeseen liittyvät lisätiedot tekevät materiaalista kuitenkin huomattavasti mielenkiintoisemman kuin muista vastaavista materiaaleista. Opettajan osioissa on nimittäin perusteltu monialaisesti mittauksien merkitystä ja tuloksiin vaikuttavia tekijöitä. Esimerkiksi puun kasvuun vaikuttavia tekijöitä on esitetty paljon ja ne mahdollistavat monenlaiset lisäkysymykset.

Jyväskylän normaalikoulu: Metsäntutkimusta Evon alueella

Jyväskylän normaalikoulun 8E-luokka osallistui vuoden 2003 syksyllä metsäprojektiin Evon alueella [45]. Projekti oli osa normaalikoulun MALU-ryhmälle suunnattua opetusta [45, s. 6]. MALU-ryhmille tarjottava opetus näkyi koulussa matemaattisten-luonnontieteellisten aineiden integroituina kursseina sekä kenttätyöjaksoina. Niiden tavoitteena oli tarjota oppilaille elämyksellistä oppimista ja samalla mahdollisuus syventää matematiikan ja luonnontieteiden taitoja. Materiaalin esipuheessa todetaan seuraavasti projektin monialaisuudesta:

> Koska luonnonilmiöiden selvittäminen vaatii lähes aina monitieteistä lähestymistapaa, päästään aitoon, todelliseen aineita integroivaan asioiden käsittelyyn.

Projektiin osallistui matematiikan ja biologian ja maantiedon sekä äidinkielen opettaja [45, s. 7-8]. Huolellinen valmistautuminen ja projektiin osallistuneiden oppilaiden innostuneisuus ja ahkeruus olivat keskeisessä asemassa projektin onnistumisessa. Myös opettajien yhteistyö oli välttämätöntä. Oppilaat ovat itse kirjoittaneet projektista kertovan raportin. Raportin liitteenä on opettajien kehittämä oppimateriaali (ks. [45, s.43 -62]).

Materiaalin harjoituksista matemaattista taitoa vaativia ovat ”Puuston määrän ja arvon laskeminen” ja ”Puuston tilavuuskasvun laskeminen” (ks. [45, s. 49-52, 57-

60]). Tehtävät on jaettu mittaus- ja laskuosiin; ensin suoritetaan mittaukset metsässä, sitten lasketaan tulokset luokkahuoneessa. Mittausohjeiden yhteydessä on mainittu myös metsän mittaukseen liittyvää taustatietoa ja perusteluja sen tarpeellisuudesta. Ensimmäisessä mainituista tehtävistä määritetään puiden kesikipituuden, keskiläpimitan ja puuston tilavuuden avulla puuston määrä ja puuston myyntiarvo hyödyntäen Tapion taskukirjan tietoja puiden ostohinnoista. Toisessa mainituista harjoituksista kairatun kasvunäytelastun avulla määritetään puun ikä. Lisäksi kasvunäytelastusta saatavien tietojen perusteella määritetään puuston tilavuus. Työ vaatii sekä mittaus- että laskutaitoja.

2.5.4 Yhteenveto

Tarkastelluissa oppimateriaaleissa matematiikka ei liity suoraan eikä välttämättä edes epäsuorasti hyödynnettävään oppimisympäristöön. Oppimateriaaleissa pyritään opettamaan ala-asteikäisille abstrakteja matematiikan käsitteitä tavallisesta poikkeavassa oppimisympäristössä; opettamisen välineenä saatetaan käyttää esimerkiksi metsästä kerättyjä keppejä, kiviä ja käpyjä. Toisin sanoen matematiikan abstraktit käsitteet liitetään johonkin konkreettiseen luonnosta löytyvään esineeseen. Lähestymistapa saattaa olla hyvinkin tehokas abstraktien käsitteiden havainnollistamiseen, mutta oppimisympäristön hyödyntäminen on tällöin hyvin olematonta, ja sama voitaisiin toteuttaa luokkahuoneessa. Yhteistä oppimateriaaleille on myös matemaattisen tarkastelun pinnallisuus.

Oppimateriaaleissa painotetaan oppiaineiden integrointia. Integrointi ei kuitenkaan ole tarkastelluissa oppimateriaaleissa kovinkaan keskeisessä asemassa. Osassa oppimateriaaleista ei ole minkäänlaisia viittauksia muihin oppiaineisiin tai viittaukset ovat hyvin olemattomia. Esimerkiksi Metsäyhdistyksen ”Matematiikkaa metsässä” -oppimateriaalissa voisi olla kerrottu, miksi kyseisiä mittauksia tehdään. Tätä kautta heräisi kysymyksiä aiheeseen liittyen. Esimerkiksi voisi herätä kysymys ”kasvavatko puut lineaarisesti?” tai tarkemmin ”kasvavatko puut lineaarisesti pituutta ja/tai paksuutta?”. Asia olisi mahdollista selvittää esimerkiksi joulukuusten viljelyyn tarkoitetulla alueella, missä uusia puita istutetaan vuosittain. Tulosten tarkastelun yhteydessä voitaisiin pohtia, mitkä biologiset tekijät vaikuttavat puun kasvuun. Myös käänteinen työskentelyjärjestys, jossa asiaa tarkasteltaisiin ensin biologian tunnilla ja sitten matematiikan tunnilla, voisi olla mielenkiintoinen. Toisaalta voitaisiin tarkastella myös, miten kasvupaikka vaikuttaa vuotuiseen kasvuun. Tällöin tarvittaisiin biologian ja maantieteen tietämystä.

Vain muutamassa tarkastelluista oppimateriaaleista on todella hyöydynnetty kontekstia. Miksi mennä ulos, jos opetuksessa ei millään tavalla huomioida normaalista poikkeavaa kontekstia? Luokkahuoneen ulkopuolelle meneminen ei automaattisesti tee opetuksesta oppiaineita integroivaa. Toisaalta voidaan pohtia myös, onko oppimisen kannalta kannattavaa opettaa aihetta sellaisessa kontekstissa mihin se ei kuulu millään tavalla? Esimerkiksi kannattaako yhteen- ja vähennyslaskua opettaa luonnossa (ks. [88]), kun aihe ei liity kontekstiin, jossa opiskellaan?

2.6 Ulkona opettaminen – oppimisen teoriat ja oppimisnäkemykset

Tässä luvussa on esitelty tarkemmin ulkona opettamisen taustalla vaikuttavia teorioita. Kunkin teorian esittelyn yhteydessä tarkastellaan teorian yhteyttä matematiikan opetukseen sekä ulkona opettamiseen. Samassa esitetään myös, miten teorian esittämät ajatukset näkyvät uusissa perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa.

Ulkona opettamiseen liittyy olennaisesti kokemuksellisuus ja oppijan aktiivinen rooli, minkä myötä ulkona opettaminen on luonteeltaan myös autenttista ja vaatii oppijalta oma-aloitteisuutta. Oppimisympäristön näkökulmasta ulkona opettamiseen liittyy paikkaperustainen opettaminen sekä ympäristökasvatus. Ulkona tapahtuva opetus mahdollistaa useiden oppiaineiden luonnollisen integroinnin. Oppimisympäristö voi vaihdella koulun lähiympäristöstä aina erämaiseen ympäristöön tai luontokeskuksiin. Näin ollen opetuksen tukena voivat toimia myös koulun ulkopuoliset yhteistyötahot, jolloin oppiminen lähestyy non-formaalia ja informaalia oppimista, perinteisen formaalin opetuksen sijaan. Oppimisympäristönä ulkoilma mahdollistaa oppijoiden vapaamman kanssakäymisen ja ulkona opettamisessa painotetaankin usein sosio-konstruktiivista oppimisnäkemystä. Opettaminen rajoittuu usein ajallisesti hieman normaalia oppituntia pidemmälle ajalle ja saattaa sisältää esimerkiksi luokkahuoneessa toteutettavia jatkotehtäviä, ja näin ollen ulkona opettaminen sisältää myös projektipohjaisen oppimisen piirteitä. Eri teorioiden näkyvyys voi luonnollisesti vaihdella huomattavasti riippuen opetuksen järjestystavasta.

2.6.1 Formaali, non-formaali ja informaali oppiminen

Formaali, non-formaali ja informaali oppiminen ovat oppimisen muotoja, jotka poikkeavat toisistaan oppimisen tavoitteellisuuden, oppimisen ohjauksen ja oppimisympäristön perusteella [3, s. 13-14]. Suomen kielessä käytetään termejä virallinen oppiminen, epävirallinen oppiminen ja arkioppiminen [62, s. 5]. Kenties tuoreimman ja merkittävimmän määritelmän kyseisille oppimisen muodoille on antanut OECD

(Organisation for Economic Cooperation and Development). Se määrittelee oppimisen muodot seuraavasti [143]:

Formaali oppiminen on aina tavoitteellista, ohjattua (sillä on järjestäjä, joka vastaa opetuksesta) ja siihen liittyy oppimistavoitteita. Oppijan tärkein tehtävä on kehittää tietojaan ja taitojaan. Esimerkiksi perusopetus ja lukiokoulutus täyttävät formaalin oppimisen kriteerit.

Informaali oppiminen ei ole koskaan tavoitteellista (ainakaan oppijan näkökulmasta) tai ohjattua, eikä siihen liity oppimistavoitteita. Informaali oppiminen tapahtuu usein kokemuksellisuuden kautta. Oppija on jatkuvasti tekemisissä kokemusten ja näin ollen oppimisen kanssa. Oppimista voi tapahtua siis esimerkiksi kotona tai harrastusten parissa.

Non-formaali oppiminen sijoittuu formaalin ja informaalin oppimisen välimaastoon. Non-formaaliin oppimiseen liittyy oppimistavoitteita ja se on yleensä järjestettyä ja oppiminen tapahtuu usein joko oppijan omasta aloitteesta tai jonkin toiminnan sivutuotteena.

Ainsworth et al.[6] ovat tarkastelleet oppimisen muotoja luonnontieteiden näkökulmasta [3, s. 14]. Heidän mielestään kaikki oppiminen on arvokasta, oppiminen kestää koko elämän ja monialaisuus on tärkeää. Ainsworth et al. mukaan edellä esitettyjä oppimisen muotoja voidaan tarkastella oppimisympäristöjen jatkumona sen sijaan, että niitä tarkasteltaisiin kolmena toisistaan erillisenä oppimisen muotona.

Ainsworth et al. kuvaavat oppimisen muotojen ilmentymistä oppijan elämässä kolmivaiheisena prosessina [3, s. 19-24]. Ensimmäinen vaihe on informaali oppiminen, joka alkaa heti syntymän jälkeen ja liittyy olennaisesti ympäristön havainnoimiseen. Toinen vaihe voi olla joko non-formaali tai informaali oppiminen. Oppija voi tässä vaiheessa olla tekemisissä non-formaaliin oppimisen kanssa jonkin toiminnan yhteydessä. Non-formaalin oppimisen myötä oppiminen on jossain määrin ohjattua ja tavoitteellista. Jos tällaista mahdollisuutta ei ole, oppija kohtaa formaalin ja non-formaalin oppimisen samanaikaisesti koulussa. Luonnontieteiden osalta non-formaali oppiminen on kuitenkin yleensä informaalia oppimista seuraava vaihe. Ainsworth et al. mukaan non-formaaliin oppimiseen liittyvä toiminta tapahtuu usein yhdessä vanhempien kanssa ja siihen liittyy leikkiminen, oppipajat ja vierailut esimerkiksi kirjastoissa ja tiedekeskuksissa. Luonnontieteisiin liittyvä formaali oppiminen on yleensä kolmas vaihe, ja se sijoittuu kouluun.

[6] Heather Ainsworth on geofysiikan ja maantieteen tutkija. Sarah Eaton työskentelee Calgaryn yliopistossa, ja hän on väitellyt koulutusjohtamisesta.

Lukiosta (eng. high school) valmistuessaan oppija on Ainsworth et al. mukaan ollut todennäköisesti tekemisissä sellaisten oppimisen kontekstien kanssa, jotka ilmentävät kaikkia kolmea oppimisen muotoa [3, s. 25]. Oppija hyödyntää kaikkia oppimisen muotoja tietojensa ja taitojensa kehittämiseksi. Tutkijoiden mukaan formaalin oppimisen rooli on kaventunut luoden sijaa non-formaalille ja informaalille oppimiselle; niiden arvostus ja tunnustaminen ovat lisääntyneet [3, s. 29]. Erityisesti luonnontieteiden opettamisen osalta suositellaan tutkivan oppimisen menetelmiä tutkimustaitojen kehittämiseksi. Luonnontieteiden opetuksen uudistumisen myötä yksityiskohtien sijasta opetuksessa painotetaan yhä enemmän kokonaisuuksia ja teemoja [3, s. 31].

Ainsworth et al. toteavat, että non-formaalin ja informaalin oppimisen arvostus on kasvanut, ja niitä hyödynnetään jopa yliopistotasolla [3, s. 30-31]. Tutkijoiden mukaan arvostuksen kasvaminen motivoi oppijoita oppimaan lisää [3, s. 36]. Toisaalta myös opiskeltavan aiheen arkielämän sovelluksien näkeminen motivoi oppijoita jatkamaan opintojaan.

Uusissa opetussuunnitelman perusteissa näkyy melko selvä siirtymä formaalista oppimisesta yhä enemmän kohti non-formaalia oppimista (ks. 2.3). Erityisesti tämä näkyy käytettävien oppimisympäristöjen kohdalla. Koulun ulkopuolisia ympäristöjä tulisi käyttää entistä enemmän. Toisaalta uudet oppimisympäristöt edellyttävät myös uusia opetusmenetelmiä. Koulun ulkopuolissa oppimisympäristöissä opettajien tulee kyetä tekemään yhteistyötä koulun ulkopuolisten toimijoiden kanssa opetuksen suunnittelun ja toteuttamisen kannalta. Matematiikassa ja luonnontieteissä non-formaali oppiminen voisi tulla esille etenkin vierailuina tiedekeskuksiin tai alan yrityksiin sekä mahdollisesti koulun ulkopuolisten toimijoiden vierailuina koulussa. Jossain määrin edellä mainittuja toimintatapoja on jo sovellettukin Suomessa, mutta mahdollisuuksien lisääminen voisi tehdä oppimisesta innostavampaa sekä vaihtelevampaa.

Formaalin ja informaalin oppimisen lähentyminen voisi parhaimmillaan lisätä oppilaiden motivaatiota koulunkäyntiä kohtaan. Dillon et al. mukaan ulkona oppiminen ei kaikkien oppilaiden mielestä tunnu oppimiselta ollenkaan. Koulurakennuksen ulkopuolella oppimista ei yhdistetä niin voimakkaasti koulunkäyntiin kuin luokkahuoneessa tapahtuva opetus. Liiallinen koulun ulkopuolisen ympäristön hyödyntäminen voisi toisaalta johtaa siihen, että myös koulun ulkopuolella oppiminen koettaisiin koulunkäynniksi. Toisaalta voi myös herätä ajatus siitä, että koulussa opetettavia asioita tarvitaan koulun ulkopuolella. Koulun ulkopuolisen ympäristön hyödyntämisellä voisi siis opetuksessa olla sekä positiivisia että negatiivisia vaikutuksia. Joka tapauksessa opetussuunnitelma tukee niiden enenevää käyttöä opetuksessa.

Kangas et al.[7] mukaan suunniteltaessa monialaisia oppimiskokonaisuuksia tulee huomioida oppilaan maailma ja hänen elinympäristönsä [37, s. 39]. Suunnittelu vaatiikin formaalin opetuksen ja informaalin oppimisen välisen rajan ylittämistä, ja ”formaali ja informaali muodostavat jatkumon”, toteavat Kangas et al. Perinteisessä opetuksessa formaali ja informaali nähdään usein toistensa vastakohtina, mutta eheyttämisen yhteydessä ne nähdään toisiaan täydentävinä resursseina. Kangas et al. huomauttavat, että koulun ulkopuolisten oppimisympäristöjen myötä oppimista voi tapahtua aivan tahattomasti, ilman oppimisen tavoitetta [37, s. 40]. Tutkijat näkevät tämän haasteena koulun roolille ja pedagogiikalle. Opetussuunnitelmassa tulisikin huomioida informaaliin oppimiseen liittyviä tekijöitä, kuten oppimisympäristö, työtavat, välineet ja materiaalit [37, s. 41].

2.6.2 Konstruktivistinen oppimisnäkemys

Ulkona opettamiseen liittyy vahvasti konstruktivistinen oppimisnäkemys [17, s. 13]. Jotta ulkona opettaminen olisi tehokasta, tulee sen aktivoida oppijat yhdistelemään itse asioita monimutkaisemmiksi käsitteellisiksi rakenteiksi. Gilbertson et al. mainitsevat konstruktivismin merkittävänä ulkona opettamisen taustalla vaikuttavana teoriana [24, s. 29]. Heidän mukaan konstruktiivisen oppimisnäkemyksen mukaista ulkona opettamista kuvaavat seuraavat kohdat:

- Ennakkokäsityksillä on merkitystä oppimisen kannalta.
- Oppimisen tulisi olla oppijan kannalta merkityksellistä.
- Yksittäisten tosiasioiden sijasta tulisi opettaa laajoja käsitteitä.
- Oppimisen tulee sisältää haasteita.
- Suora kokemus tukee oppimista.

Puolimatkan mukaan konstruktivistisen oppimisnäkemyksen mukaisessa opetuksessa oppija luo itse omia tiedollisia rakenteitaan [79, s. 44]. Opettajan toiminta oppimisprosessin ohjaajana edellyttää, että opettaja on tietoinen oppilaidensa tiedollisista rakenteista. Näin uusi tieto rakentuu olemassa olevan tiedon varaan. Puolimatkan

[7] Marjaana Kangas on kasvatustieteiden tohtori, joka toimii Lapin yliopistossa yliopistonlehtorina. Kangas on tutkinut leikillisiä oppimisympäristöjä, ja vuosina 2011-2015 hän toimi tutkijatohtorina Helsingin yliopiston Opettajankoulutuslaitoksen Koulu Kaikkialla -hankkeessa. Leena Krokfors työskentelee Helsingin yliopiston Opettajankoulutuslaitoksella professorina. Hän on tutkinut mm. opettajankoulutuksen suuntauksia, reflektiivistä oppimista sekä formaalia opetusta ja informaalia oppimista.

mukaan konstruktiivisessa oppimisnäkemyksessä painottuu myös yhteistoiminnallisuutta oppijoiden omatoimisuuden lisäksi.

Edellä mainitut konstruktiivisen oppimisnäkemyksen periaatteet ovat osa opetussuunnitelman perusteita. Niissä todetaan ensinnäkin, että oppilas on aktiivinen toimija, joka asettaa itselleen tavoitteita oppimisen suhteen ja tekee töitä niiden saavuttamiseksi sekä itsenäisesti että muiden kanssa työskennellen [66, s. 14]. Oppimisen tukena ovat kieli, kehollisuus ja kaikki aistit; oppiminen on kokemuksellista. Yhteistoiminnallisella oppimisella on merkittävä osa oppimisessa perusteiden mukaan. Yhdessä toimiessa oppilas kehittää itselleen luovan ja kriittisen ajattelun taitoja ja oppii samalla huomioimaan erilaisia näkökulmia. Ennakkokäsitykset toimivat pohjana uusien käsitteiden oppimiselle, ja tämä pyritään huomioimaan opetuksessa; tieto on perusteiden mukaan kumuloituvaa [66, s. 15]. Opetuksessa tulee perusteiden mukaan ottaa huomioon myös oppilaiden omat kiinnostuksen kohteet. Tällä tavoin oppimisesta on mahdollista tehdä merkityksellistä, kuten konstruktivistisen oppimisnäkemyksen mukaisessa opetuksessa pyritään.

2.6.3 Opetuksen eheyttäminen

Opetuksen eheyttämisellä tarkoitetaan pyrkimystä luoda oppisisällöistä ja opetustilanteista merkityksellisiä kokonaisuuksia, joiden myötä syntyy yhteyksiä; jotain uutta, mikä mahdollistaa maailman hahmottamisen moninaisempana. Eheytys voidaan jakaa vertikaaliseen ja horisontaaliseen riippuen siitä toteutetaanko eheytystä yhden oppiaineen sisällä (vertikaalinen eheytys) vai oppiaineiden välillä (horisontaalinen eheytys). Horisontaalisen eheytyksen edellytykseksi katsotaan monipuolinen vertikaalinen eheytys, jossa oppiaineen sisällä edetään esimerkiksi konkreettisesta abstraktiin. Sen lisäksi, että opettajan tulee olla tutustunut horisontaalista eheytystä toteuttaessaan muihin oppiaineisiin, myös oppilailla tulee olla hyvät perustiedot ja -taidot kyseisissä aineissa. [46, s. 17] [16].

Collanus[8] huomauttaa, että sana integraatio on väärinymmärretty [16, s. 1]. Collanuksen mukaan opettajat välttävät oppiaineiden integrointia, koska pelkäävät oman oppiaineensa identiteetin katoavan integroinnin myötä. Collanus erottaakin kaksi keskenään hyvin samankaltaista opetusmenetelmää, jotka ovat: sulauttava (assimilaatio) ja sopeuttava (akkommodaatio) opetus. Sulauttavassa opetuksessa jokin oppiaine sulautetaan toisen oppiaineen sisään siten, että kyseisen oppiaineen identi-

[8] Miia Collanus työskentelee Tampereen yliopiston kasvatustieteiden yksikössä yliopisto-opettajana. Hän on kiinnostunut eheyttävästä opetuksesta. Collanus opettaa käsityötä ja on kiinnostunut monimateriaalisesta käsityöstä, jossa yhdistellään esimerkiksi tekstiilityön ja teknisen työn työtapoja.

teetti jopa katoaa. Collanus määrittelee integraation sopeuttavan näkökulman, jossa integroitavien oppiaineiden identiteetit säilyvät ja jossa yhteen oppiaineeseen mukautetaan muut oppiaineet. Hänen mukaansa integroinnin myötä integroinnin perustana toimivan oppiaineen identiteetti jopa korostuu, sillä kun siihen integroidaan muita oppiaineita sen merkitys oppiaineiden joukossa kasvaa suhteessa muihin oppiaineisiin. Näin oppiaineiden väliset yhteydet tukevat oppiaineiden olemassaoloa. Opetuksen eheyttämiseen liittyy Collanuksen mukaan olennaisesti aihelähtöisyys perinteisen oppiainelähtöisyyden sijasta, ja aiheella on etenkin pitkälle viedyssä integroinnissa merkittävämpi asema kuin yksittäisillä oppiaineilla.

Horisontaalisen eheytyksen erilaisia lähestymistapoja voidaan jaotella sen mukaan, miten oppiaineet suhtautuvat toisiinsa [46, s. 17]. Erilaisista lähestymistavoista on kirjallisuudessa useita määritelmiä ja käytettävät termit ovat hyvin moninaisia. Seuraavassa on esitetty lyhyesti kolme erilaista lähestymistapaa perustuen useampaan lähteeseen [13, 14, 16, 46]:

Monitieteinen integraatio: Monialaista aihetta tai teemaa käsitellään eri oppiaineiden näkökulmasta täysin erillään. Lähestymistavassa kukin oppiaine, jonka näkökulmasta aihetta tarkastellaan, säilyttää oman identiteettinsä ainakin lähes muuttumattomana.

Tieteidenvälinen integraatio: Monialaista aihetta tai teemaa voidaan tarkastella yhdistellen eri oppiaineita. Tavoitteena on löytää käsiteltävästä teemasta alue, jossa yhdisteltävät oppiaineet yhtyvät ja jossa eri oppiaineet voivat ”käydä vuoropuhelua”. Lähestymistapaa kuvaa se, että sen myötä voi syntyä aivan uudenlaisia tieteenaloja (esim. matemaattinen fysiikka).

Poikkitieteellinen integraatio: Lähestymistapaan liittyy ongelmalähtöinen lähestyminen esimerkiksi johonkin ajankohtaiseen teemaan. Teeman käsittelyn myötä herää kysymyksiä, joihin etsitään vastauksia useiden oppiaineiden avulla. Lähestymistavan myötä syntyy uusia näkökulmia teemoihin. Ongelmaperustainen ja ilmiölähtöinen oppiminen ovat esimerkkejä poikkitieteellisestä integraatiosta käytännössä.

Cantell et al.[9] kuvailevat näitä kolmea lähestymistapaa seuraavien käsitteiden avulla: atomismi, spesialismi, generalismi ja holismi [13]. Spesialismi tarkoittaa perehty-

[9]Hannele Cantell on Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitoksella aineenopettajan koulutuksen johtaja ja dosentti. Cantellin opetus ja tutkimus keskittyvät maantieteen didaktiikkaan, globaalikasvatukseen sekä oppimisen, opettamisen ja kouluyhteisön vuorovaikutuksen kehittämiseen.

neisyyttä johonkin tiettyyn kapeaan osa-alueeseen ja siihen liittyy läheisesti asiantuntijuus. Cantell et al. huomauttavat, että sektoroituneen yhteiskunnan suosimat spesialistit eivät kykene ratkaisemaan todellisen elämän ongelmia, jotka ovat useimmiten luonteeltaan monialaisia. Generalismi tarkoittaa lähestymistapaa, joka liittyy monialaiseen asiantuntijuuteen. Tutkijat vertaavat generalistia moniottelijaksi, ja heidän mukaansa tällaisella henkilöllä on paremmat mahdollisuudet tarttua monialaisiin todellisen elämän ongelmiin kuin spesialistilla. Mutta generalistin harjoittama laajamittainen eri tieteenalojen hyödyntäminen saattaa kuitenkin muuttua hallitsemattomaksi ja aiheuttaa uupumusta.

Cantell et al. kuvaavat tiedon integroitumista myös käsitteiden atomismi ja holismi avulla [13]. Ne kuvastavat heidän mukaansa tiedon integroinnin ääripäitä. Holismissa asioiden välisillä riippuvuuksilla ja vuorovaikutuksella on merkittävä rooli, ja siksi tietoa pyritään integroimaan. Holismin tavoitteena on kokonaisuuksien hahmottaminen, mutta kuten generalismilla, silläkin on ongelmansa; holismin liiallinen painottaminen saattaa johtaa hyvin pintapuoliseen ja epämääräiseen tarkasteluun. Atomismi on lähes vastakohta holismille ja tarkoittaa nimensä mukaisesti asioiden pilkkomista pieniin osiin; sen mukaan yksittäiset näkökulmat ja ilmiöt ovat täysin eristettyjä ympäristöstään. Atomismin merkitys korostuu analysoidessa ja eritellessä tietoa, mutta sen liiallisesta painottamisesta seuraa herkästi kokonaiskuvan pirstaloituminen. Cantell et al. huomauttavat, että tutkimusten mukaan pirstaloitunut tietämys oppiaineesta johtaa helposti pintasuuntautuneeseen opiskelutapaan jatkossa.

Tiedon integroinnin kannalta on tärkeää tietää integroitavista aloista (generalismi), mutta pitää myös kyetä tarkastelemaan ja yhdistelemään aloja holistisesti [13]. Cantell et al. mukaan monitieteinen integraatio vastaa generalismia, tieteidenvälinen integraatio generalismia, johon liittyy jo selvä holistinen näkökulma ja poikkitieteisyys generalismia, jossa holismilla on merkittävä asema.

Cantell et al. ovat tutkineet integraatiota Helsingin yliopistossa järjestämänsä ympäristöalan monitieteisen sivuaineen yhteydessä. Vuonna 2006 alkunsa saanut sivuainekokonaisuus on edelleen opiskeltavissa, ja se on avoin kaikille yliopiston opiskelijoille [87, 13]. Cantell et al. kuvailevat opettamansa opintokokonaisuuden edustavan artikkelinsa termein puhdaspiirteistä generalismia ja laaja-alaista monitieteellisyyttä. Opintokokonaisuuteen kuuluu myös johdantokurssi, joka edustaa tieteidenvälistä ja poikkitieteellistä integraatiota. Johdantokurssilla tieteiden välinen integraatio tulee esille sekä luennoissa että opiskelijoiden työskentelytavoissa; opiskelijoiden vuorovaikutuksen lisäämiseksi heidän tulee kirjoittaa, lukea ja kommentoida 5-7 opiskelijan verkkoryhmissä aina kunkin luennon jälkeen. Ryhmät on muodostettu siten, että niissä on yksi kunkin pääaineen opiskelija. Opintokokonaisuuden vaikuttavuutta arvioidaan kurssipalautteen perusteella. Tulokset osoittavat, että erityisesti monitieteinen vertaisryhmä voi toimia pirstaleisen tiedon integroimisen tukena; se pakottaa ryhmän jäsenet pohtimaan asioita usean tieteenalan näkökulmista ja vertailemaan näitä. Tulosten mukaan myös opiskelijat kokivat monitieteisen ryhmän tarjoavan aivan uusia näkemyksiä, joita ei ennen ryhmätyöskentelyä ollut.

Tutkimuksen tulosten mukaan monitieteiseen integraatioon liittyy myös ongelmia, sekä opettajien että opiskelijoiden kannalta [13]. Tiedon pinnallisuus ja pirstaleisuus ovat suuria haasteita. Pinnallisuuteen vaikuttaa spesiaalitiedon vähäisyys johtuen mahdollisimman laajan holistisen näkökulman tavoittelusta. Holistisen kokonaisuuden tavoittelu taas tekee tiedosta helposti pirstaleista. Holismin ja spesialismin välillä tasapainottelu on integraation kannalta tärkeää, ja molempia tarvitaan onnistuneessa integraatiossa. Cantell et al. mukaan integroinnin suunnittelutyö vie paljon aikaa ja vaatii opettajilta laajaa tietämystä ja joustavuutta. Opiskelijoiden kannalta ongelmia voidaan välttää monitieteisellä yhteistyöllä. Tutkijat ehdottavat monitieteisen integraation tueksi konstruktiivis-kontekstuaaliseen oppimiskäsitykseen perustuvaa opetusta, jossa pyritään tarkastelemaan ilmiöitä monipuolisesti ja monenlaisissa tilanteissa. Opetuksen tueksi tutkijat ehdottavat esimerkiksi aineistopohjaisia tehtäviä sekä laaja-alaiseen hahmottamiseen käytettäviä työkaluja, kuten esimerkiksi tulevaisuusajattelua. Cantell et al. pitävät tärkeänä, että opiskeltavat asiat ovat sovellettavissa arkielämässä.

Collanus katsoo, että nykyinen koulutusjärjestelmä on haasteellinen integraation kannalta [16, s. 4]. Esimerkiksi kouluarkkitehtuuri ja oppiaineiden yksilöllisyyttä painottava opettajankoulutus sekä behavioristinen opettajajohtoinen opetus ovat hänen mukaansa integrointia vastaan [16, s. 4-5]. Collanuksen mukaan oppiaineiden laajoista sisällöistä kiinnipitäminen johtaa siihen, että integraatiota ei haluta toteuttaa [16, s. 5]. Opettajilta pitäisikin löytyä rohkeutta luopua jostain sisällöstä, sillä integraation myötä syntyy syvempiä ja merkityksellisempiä oppimiskokemuksia. Collanuksen mukaan etenkin aineenopettajakoulutukseen tulisi lisätä teknisen aineenhallinan tueksi aineeseen liittyvää kulttuuris-historiallista taustaa. Myös luokan- ja aineenopettajien yhteistyö on hänen mukaansa keskeisessä roolissa uudistumisen kannalta.

Eheyttäminen on merkittävässä roolissa jo vuoden 2004 opetussuunnitelman perusteissa [63, s. 38]. Eheyttämisen tavoitteena katsotaan olevan ilmiöiden tarkastelu eri tieteenalojen näkökulmista ja edelleen kokonaiskuvien luominen. Opetussuunnitelmassa eheyttämisen toteuttamiseksi on esitetty seitsemää aihekokonaisuutta, jotka tukevat peruskoulun kasvatukseen ja oppimiseen liittyviä painoalueita. Niistä käytetään opetussuunnitelmassa myös nimitystä teema. Opetussuunnitelmassa ei ole kuitenkaan sen tarkemmin määrätty, miten eheyttäminen tulisi käytännössä toteuttaa; mainintoja oppiaineiden integroinnista tai eheyttämisestä on koko opetussuunnitelmassa vain muutama.

Opetushallituksen kokoama asiantuntijaryhmä on tutkinut, miten aihekokonaisuudet ovat toteutuneet perusopetuksessa ja miten opetussuunnitelmassa määritettyjä aihekokonaisuuksien tavoitteita on saavutettu [64]. Raportin tuloksien on tarkoitettu olevan tukena myös opetussuunnitelman uudistamistyössä. Tutkimuksen kohderyhmänä ovat sekä opettajat että tutkimukseen valittujen koulujen (N = 110) kaikki 9. vuosiluokan oppilaat (N = 8448). Arviointi toteutettiin koetehtäväsarjalla, joka sisälsi aihekokonaisuuteen liittyviä asenne-, tieto- ja taitokysymyksiä. Tutkimus toteutettiin kokonaisuudessaan vuosien 2009-2011 aikana. Tutkimuksen opettajakyselyosion perusteella aihekokonaisuudet näkyivät selvästi tai erittäin selvästi vain joka kymmenennessä koulussa [64, s. 19]. Opettajilta selvitettiin kyselyssä myös, mihin oppiaineisiin kukin aihekokonaisuus oli integroitavissa [64, s. 24]. Selvityksen mukaan mikään aihekokonaisuuksista ei sovellu matematiikan integrointiin. Ongelmia eheyttämisen suhteen aiheutti opettajien mielestä etenkin ajan ja rahan puute sekä koulun ulkopuolisen yhteistyön järjestäminen [64, s. 31]. Ongelmallisena mainitaan myös aihekokonaisuuksien jakautuminen eri oppiaineiden kesken. Erityisesti teemapäivien, tapahtumien ja projektien järjestäminen oli tuottanut onnistumisia. Eheyttämiseen liittyvistä ongelmista huolimatta 74 % opettajista katsoi, että aihekokonaisuuksia ei tule poistaa opetussuunnitelman perusteista [64, s. 41].

Uudet opetussuunnitelman perusteet painottavat eheyttävää opetusta ja oppiaineiden integrointia huomattavasti enemmän (molempia termejä käytetään perusteissa). Perusteiden luvussa ”4.4 Opetuksen eheyttäminen ja monialaiset oppimiskokonaisuudet” on esitetty yleisesti, mitä eheyttäminen on ja miten se näkyy opetustilanteissa. Kuten vuoden 2004 perusteissa, myös uusissa perusteissa eheyttäminen on liitetty kasvatukseen ja oppimiseen liittyviin kokonaisuuksiin; uusissa perusteissa monialaisiin oppimiskokonaisuuksiin, jotka tukevat laaja-alaisia osaamiskokonaisuuksia [63, s. 38-43][66, s. 17-23]. Vuoden 2004 aihekokonaisuudet ovatkin verrattavissa vuoden 2014 laaja-alaisiin osaamiskokonaisuuksiin - molempia on yhtä monta ja sisällötkin ovat hyvin samankaltaisia.

Uusissa perusteissa eheyttäminen on tehty pakolliseksi, sillä perusteissa on määrätty, että oppilaan opintoihin tulee sisältyä kunkin lukuvuoden aikana vähintään yksi monialainen oppimiskokonaisuus [66, s. 30]. Oppimiskokonaisuuksien suunnittelu on perusteissa jätetty hyvin pitkälti paikallisella tasolla suunniteltavaksi, mutta suhteessa vuoden 2004 perusteisiin ohjeistus on kuitenkin paljon täsmällisempää.

Perusteissa on määrätty oppimiskokonaisuuksien tavoitteista, sisällöistä ja työskentelytavoista seuraavasti [66, s. 30-31]:

> Oppimiskokonaisuuksien tarkoituksena on käsitellä toiminnallisesti oppilaiden kokemusmaailmaan kuuluvia ja sitä avartavia asioita, jolloin tavoitteena on

- vahvistaa oppilaiden osallisuutta ja tarjota mahdollisuuksia olla mukana opiskelun tavoitteiden, sisältöjen ja työskentelytapojen suunnittelussa
- nostaa esiin oppilaiden merkityksellisiksi kokemia kysymyksiä sekä luoda tilaisuuksia niiden käsittelyyn ja edistämiseen
- lisätä mahdollisuuksia opiskella erilaisissa ja eri-ikäisten oppilaiden ryhmissä ja työskennellä useiden eri aikuisten kanssa
- tarjota mahdollisuuksia yhdistää koulun ulkopuolinen oppiminen koulutyöhön
- antaa tilaa älylliselle uteliaisuudelle, elämyksille ja luovuudelle sekä haastaa monenlaisiin vuorovaikutus- ja kielenkäyttötilanteisiin
- vahvistaa tietojen ja taitojen soveltamista käytäntöön sekä harjaannuttaa kestävän elämäntavan mukaista toimijuutta
- innostaa oppilaita toimimaan yhteisöä ja yhteiskuntaa rakentavalla tavalla.

Edellä mainittujen asioiden saavuttamiseksi perusteissa mainitaan yhteistyö oppiaineiden kesken sekä koulun muun toiminnan hyödyntäminen [66, s. 31]. Perusteissa todetaan, että kaikki oppiaineet ovat mukana suunnittelussa vuorollaan. Oppimiskokonaisuuksien sisällöt tulevat perusteiden mukaan oppilaiden kiinnostuksen kohteista sekä teemoista, joita syntyy oppiaineiden välisen yhteistyön myötä. Arvioinnin tulee perusteiden mukaan olla jatkuvaa ja oppimiskokonaisuudessa suoriutuminen otetaan huomioon oppiaineiden arvioinnissa.

Eheyttämiseen on uusissa perusteissa annettu useita erilaisia toteutustapoja [66, s. 30]. Toteutustavat ovat verrattavissa edellä käsiteltyihin integroinnin muotoihin, joissa oppiaineiden suhde toisiinsa vaihtelee. Erilaisiksi eheyttämisen tavoiksi esitetään rinnastamista, jaksottamista, toiminnallisia aktiviteetteja, pitempikestoisempia oppimiskokonaisuuksia, oppiaineista integroituja kokonaisuuksia sekä kokonaisopetusta. Rinnastamisella tarkoitetaan käsiteltävän teeman sisällyttämistä useampaan oppiaineeseen samanaikaisesti. Jaksottaessa käsiteltävää teemaa tarkastellaan eri oppiaineiden näkökulmista peräkkäin. Toiminnalliset aktiviteetit voivat perusteiden mukaan olla esimerkiksi teemapäiviä, opintokäyntejä ja leirikouluja, toisin sanoen koulun muuta toimintaa. Pitempikestoisemmat oppimiskokonaisuudet tehdään yhteistyössä oppiaineiden kesken, ja niissä voidaan yhdistellä edellä esiteltyjä eheyttämisen tapoja. Oppiaineista integroituja kokonaisuuksia ei ole perusteissa sen tarkemmin kuvailtu, mutta ne tarkoittanevat vielä läheisemmän oppiaineiden välisen yhteistyön tuloksena syntyneitä kokonaisuuksia. Kokonaisopetuksella tarkoitetaan opetusta, jossa kaikki opetus on eheytettyä. Perusteissa on paikallisesti päätettävien asioiden yhteydessä todettu, että opetus voidaan toteuttaa kokonaisuudessaan eheytettynä [66, s. 8].

Opetus- ja koulutusministeriön toteuttaman "Tulevaisuuden peruskoulu - Uuteen nousuun!" -hankkeen myötä kirjoitetussa julkaisussa painotetaan voimakkaasti oppiaineiden integrointia [72, s. 76-83, 106-111]. Maailman yhä monitieteisempien ja monimutkaisempien ongelmien ratkomiseksi tarvitaan entistä laaja-alaisempaa oppimista [72, s. 78]. Myös nykyaikaisessa työelämässä vastaan tulevat tehtävät vaativat laaja-alaista osaamista sekä luovuutta, kekseliäisyyttä että yhteistyötaitoja. Julkaisun mukaan koulu ei tällä hetkellä kuitenkaan mahdollista edellä kuvatun kaltaista oppimista. Jotta oppiaineiden integrointi olisi aidosti osa opetusta, tarvitaan sekä eri aineiden opettajien välistä yhteistyötä että kannusteita erilaisille aineyhdistelmille opettajankoulutuksessa ja opettajarekrytoinnissa [72, s. 81]. Oppimiskokonaisuuksien toteuttaminen koulussa vaatii muutoksia opettajankoulutukseen; ilmiölähtöisiä projekteja tulee sisällyttää opettajan opintoihin. Hankkeen yhteenvedossa oppiaineiden integroinnille on annettu merkittävä osuus oppimisessa sekä opetusmenetelmien että oppimisympäristöjen kautta [72, s. 108-109]. Julkaisun mukaan kaikessa opetuksessa ja kaikissa oppiaineissa tulee nostaa esille tieteidenvälisyys sekä yhdistää opittavat asiat merkityksellisesti oppilaiden elämään ja elinympäristöön.

Jordman et al.[10] mukaan oppiaineiden integrointi on luontainen tapa oppimiseen [72, s. 78]. Kyseiset asiantuntijat puhuvat ilmiölähtöisestä ajattelusta, jossa ajattelu ja osaaminen perustuvat oppiaineiden integrointiin. Heidän mukaansa lähestymistapa edellyttää syklisyyttä oppiainekohtaisten perusteiden ja integroinnin välillä. Esimerkkinä syklisyydestä mainitaan käsitteellinen muutos, joka on tärkeä esimerkiksi matematiikassa ja luonnontieteissä. Asiantuntijat pitävät erityisen tärkeänä, että uusissa opetussuunnitelman perusteissa on luovuttu tiukasta oppiainejakoisuudesta, sillä oppiainejakoisuus johtaa pirstaleiseen tietoon ja heikkoon motivaatioon.

[10] Kirsti Lonka on kasvatuspsykologian professori Helsinhin yliopistossa. Lonka tutkii ja kehittää jatkuvasti oppimista ja yliopisto-optusta. Hänen tutkimuskohteitaan ovat esimerkiksi tietokoneavusteiset oppimisympäristöt, ongelmalähtöinen oppiminen sekä opiskelijoiden käsitykset oppimisesta ja tiedosta.

Julkaisussa katsotaan tärkeäksi, että uusien perusteiden oppimiskokonaisuudet suunnitellaan koulutasolla, vaikka niiden teemat onkin määritelty valtakunnallisen tason opetussuunnitelmassa [72, s. 80]. Suunnittelussa päätetään, minkä ilmiön ja minkä oppiaineiden kautta teemaa lähestytään. Oppimiskokonaisuuksien toteuttamisen tukena toimivat digiteknologia sekä monipuolista oppimista tukevat oppimisympäristöt. Jordman et al. mukaan teknologian hyödyntäminen opetuksessa vaatii muutoksia opetuksen käytäntöihin; teknologian sisällyttäminen perinteiseen opetukseen tarjoaa vain sähköisen vastineen kirjalle ja vihkolle. Asiantuntijoiden mukaan perinteisestä opetuksesta poikkeavat oppimisympäristöt mahdollistavat teknologian tehokkaan hyödyntämisen ja tätä kautta oppijalähtöisen aktiivisen oppimisen.

Lam et al.[11] ovat tutkineet oppiaineiden integrointia kuudessa Singaporelaisessa toisen asteen koulussa [48]. Tutkimus on luonteeltaan kvalitatiivinen ja siihen osallistui 11 opettajaa. Tutkimuksen tavoitteena oli selvittää opettajien näkemyksiä erilaisista integroinnin menetelmistä sekä integroinnin hyötyjä ja esteitä. Integroinnin menetelmästä riippumatta yhtä opettajaa lukuun ottamatta kaikki opettajat katsoivat integroinnin sisältävän paljon hyötyjä, erityisesti oppimisen ja motivoinnin suhteen [48, s. 29]. Seuraavassa on esitetty tutkimuksessa esille tulleet merkittävimmät hyödyt [48, s. 28]:

- autenttinen oppiminen
- oppilaiden motivoituminen
- näkökulmien laajeneminen
- kriittinen ajattelu ja ongelmanratkaisu kehittyvät
- opettajien yhteishengen paraneminen yhteisen suunnittelutyön myötä.

Merkittävimmäksi esteeksi integroinnille koettiin aineenhallinta; opettajilla oli hankaluuksia tunnistaa omaan oppiaineeseensa integroitavan toisen aineen tärkeimpiä käsitteitä. Osa opettajista koki myös olevansa oman oppiaineensa edustaja, ja heidän mielestään integroinnin myötä oman oppiaineen identiteetti heikkenee. Lisäksi kaikkien opettajien mielestä integroinnin suunnitteluun ei löydy aikaa.

Kujamäki on väitöskirjassaan tarkastellut eheyttämisen hyötyjä, esteitä, edellytyksiä sekä haasteita osallistavan toimintatutkimuksen avulla [46]. Tutkimukseen osallistui viisi luokanopettajaa, jotka myös tutkimukseen liittyen hyödynsivät eheyttämistä

[11] Chi Chung Lam työskentelee apulaisprofessorina Hong Kongin kiinalaisessa yliopistossa. Laminin tutkimuskohteita ovat mm. opetussuunnitelmat, opetusmenetelmät, opetusteknologia sekä matematiikan opetus.

omassa opetuksessaan. Kujamäen esille tuomat eheyttämisen hyödyt ovat seuraavat [46, s. 116-120]:

Eheyttäminen

- tukee lapsen kokonaiskehitystä, sillä se huomioi lapsen kokemusmaailman sekä auttaa hahmottamaan omaa ympäristöä laajasti
- tukee yhteistyö- ja oppimistaitojen kehittymistä
- lisää oppilaiden itseohjautuvuutta ja vastuunottoa omasta oppimisesta, minkä myötä opettajalle jää enemmän aikaa eriyttämiseen
- johtaa vertaisoppimiseen, jossa oppilaat oppivat toisiltaan ja toimivat vuorotellen asiantuntijoina
- lisää oppilaiden motivaatiota
- liittää oppimisen koulun ulkopuoliseen maailmaan, jossa eri aineet nitoutuvat yhteen kuin itsestään
- johtaa taloudellisiin ja ajallisiin säästöihin (kokonaisopetus)
- johtaa aktiiviseen ja yhteistoiminnalliseen oppimiseen oppilaiden välillä.

Merkittävimmäksi esteeksi eheyttämiselle ilmeni Kujamäen mukaan ajanpuute, joka johtui opettajien lisääntyneistä työtehtävistä, jotka veivät aikaa opetuksen suunnittelulta ja toteuttamiselta [46, s. 120]. Opettajat kokivat, että eheyttävä opetus vaatii enemmän suunnittelua kuin perinteinen opetus. Lisäksi opettajat ajattelivat, että etenkin yläkoulun puolella eheyttämisen toteuttaminen vaatii enemmän resursseja ja aineenopettajien sujuvaa yhteistyötä. Luokanopettajat katsoivat, että oppilaiden siirtyminen alakoulusta yläkouluun aiheuttaa usein heikkenemistä oppimistuloksissa, mikä saattaa johtua siirtymisestä yläkoulun oppiainejakoiseen opetukseen. Luokanopettajat kokivat, että eheyttämisen hyödyntämiseen vaikuttaa koulun koko, sillä koulun oppilasmäärä vaikuttaa lukujärjestyksen suunnitteluun. Ongelmalliseksi koettiin myös tilojen puute ja liian laajat oppisisällöt [46, s. 121]. Kujamäen mukaan ongelmat liittyvät siihen, että oppiaineilla on nykykoulussa edelleen tarkasti rajatut tavoitteet, jotka kaikkien oppilaiden tulisi saavuttaa samanaikaisesti [46, s. 122].

Laajan vuonna 1999 julkaistun kirjallisuuskatsauksen mukaan integroinnin paremmuudesta suhteessa perinteiseen opetukseen on olemassa hyvin vähän tieteellistä näyttöä [18]. Czerniak et al.[12] ovat kirjallisuuskatsauksessaan tarkastelleet erityisesti matematiikan ja luonnontieteiden integrointia. Katsauksen mukaan alan tutkijat sekä opettajat odottavat oppiaineiden integroinnin kohentavan oppimistuloksia, mutta todellisuudessa tästä ei ole näyttöä [18, s. 427]. Ongelmallisen aiheen tutkimisesta tekee Czerniak et al. mukaan se, että alan tutkijat eivät ole yksimielisiä integroinnin määritelmästä; tarkempi määritelmä voisi luoda vankemman pohjan integroinnin vaikutusten tutkimiselle. Katsauksen mukaan opetussuunnitelmissa ei ole huomioitu aihekokonaisuuksia, joissa matematiikka ja luonnontieteet integroitaisiin, minkä vuoksi opettajat eivät ole hyödyntäneet integrointia. Czerniak et al. esittävät, että koulun käytännöt, kuten kolmen vartin oppitunnit, tulisi uusia integroinnin toteuttamiseksi. Tutkijat katsovat tärkeäksi, että opettajaopintoihin sisällytetään koulutusta matematiikan ja luonnontieteiden integrointiin sekä mahdollisuuksia toteuttaa integrointia kokeneemman opettajan kanssa yhteistyössä.

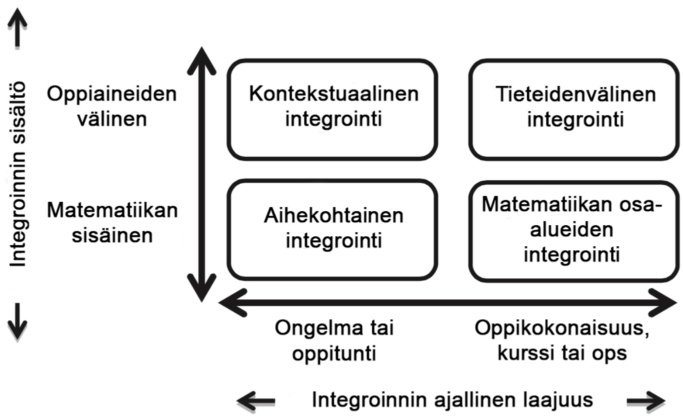
Edellä esitetyn kirjallisuuskatsauksen jälkeen on tutkittu paljon erityisesti ns. STEM-integrointia. STEM on lyhenne sanoista luonnontiede (eng. science), teknologia (eng. technology), insinööritaito (eng. engineering) ja matematiikka (eng. mathematics) [35, s. 1]. STEM-integroinnissa edellä mainitut tieteenalat integroidaan käyttäen apuna arkielämään liittyviä aiheita tai ongelmia. STEM ei suinkaan aina painota integrointia, vaan integrointia painottava suuntaus on voimistunut vasta hiljattain, etenkin insinöörityön ja koulun ulkopuolisten oppimisympäristöjen laajemman hyödyntämisen myötä [35, s. vii-viii]. Jo edellä mainittujen integroinnin hyötyjen, kuten motivaation ja mielenkiinnon kasvun, myötä STEM-integroinnin katsotaan lisäävän kyseisille tieteenaloille pyrkivien oppilaiden määrää [35, s. 1].

Honey et al.[13] suorittaman kirjallisuuskatsauksen mukaan STEM-integroinnilla on mahdollisesti STEM-tieteenalojen oppimiseen ja niihin kohdistuvaan mielenkiintoon sekä identiteettiin liittyviä hyötyjä [35, s. 71]. Oppimiseen liittyvät hyödyt oli havaittavissa sekä tieteenalakohtaisesti että tieteenalojen välisten yhteyksien oppimisena. STEM-integrointi edellyttää oppilailta kykyä soveltaa vuorotellen tieteenalakohtaisten tietojen ja taitojen hankintaa sekä niiden soveltamista laaja-alaisiin ongelmiin. Tämä taas edellyttää oppilailta kykyä hahmottaa ja yhdistellä eri tieteenalojen havainnollistuksia. Tutkijoiden mukaan edellä kuvailtu havainnollistuksiin liittyvä joustavuus kehittyy yhteistoiminnallisessa STEM-integroinnissa.

[12] Charlene Czerniak toimii professorina Toledon yliopistossa. Hän työskentelee opettajankoulutuksen parissa, ja on keskittynyt erityisesti luonnontieteiden ja matematiikan opetukseen.

[13] Margaret Honey työskentelee New Yorkin Hall of Sciencessä, jossa voi tutustua luonnontieteisiin, teknologiaan ja matematiikkaan. Honey on väitellyt kehityspsykologian alalta Columbian yliopistossa. Hänen mielenkiinnon kohteenaan on suunnitteluperustaisen oppimisen vaikutus oppilaiden mielenkiintoon ja oppimistuloksiin STEM-aineissa.

Matematiikan integrointia on tutkittu myös opettajan näkökulmasta. Araujo et al.[14] ovat tutkineet kvalitatiivisesti opettajien käsityksiä matematiikan integroinnista ja sitä, miten kyseiset käsitykset ohjaavat opetusta [19]. Tutkimukseen osallistuvat opettajat toteuttivat opetuksessaan osavaltion toimeksiantamaa integroidun matematiikan opetussuunnitelmaa. Tutkijat muodostivat ryhmähaastattelujen sekä haastattelujen perusteella neljä erilaista integroinnin menetelmää [19, s. 288-289]. Tutkijat erottivat kyseiset menetelmät kahden ulottuvuuden avulla. Ulottuvuudet ovat integroinnin sisältö sekä integroinnin ajallinen laajuus [19, s. 291]. Integroinnin sisältö -ulottuvuus kuvaa Araujo et al. mukaan sitä, mitä integroidaan. Tutkimuksessa ilmeni tältä osin kaksi pääsuuntausta: matematiikan sisäinen sekä oppiaineiden välinen integrointi. Vastaavasti integroinnin ajallinen laajuus -ulottuvuus kuvaa, miten integrointi on ajallisesti suunniteltu toteutettavan. Tältäkin osin esille nousi kaksi pääsuuntausta: ongelma tai oppitunti ja oppikokonaisuus, kurssi tai opetussuunnitelma. Integroinnin menetelmät on esitetty kuvassa 2.5 (s. 68) käyttäen mainittuja ulottuvuuksia.



Kuva 2.5 *Viitekehys kuvaamaan käsityksiä matematiikan integroinnista [19, s. 291]*

Matematiikan osa-alueiden integrointi tarkoittaa Araujo et al. mukaan matematiikan sisäistä (vertikaalista) integrointia, jossa jonkin laajemman kokonaisuuden tai yhden kurssin yhteydessä tuodaan esille usean matematiikan osa-alueen näkökulmia käsiteltäviin asioihin [19, s. 289]. Vastaavasti aihekohtaisessa integroinnissa sama tehdään lyhyemmällä aikavälillä, esimerkiksi yhden oppitunnin tai jonkin ongelman yhteydessä [19, s. 290]. Tutkijoiden mukaan tällöin matematiikan osa-alueiden väliset yhteydet ovat sekä oppilaille että opettajille selvempiä. Tutkittavien mukaan kyseinen menetelmä mahdollisti merkityksellisten matemaattisten yhteyksien havaitsemisen [19, s. 290], kun taas pidemmällä aikavälillä toteutettavassa integroinnissa yhteyksien havaitseminen vaikeutui, ja niiden merkitys pieneni [19, s. 289].

[14]Eric Jacobson työskentelee Indianan yliopistossa matematiikan opetuksen laitoksen apulaisprofessorina. Hänen tutkimuskohteenaan on erityisesti opettajien ammatillinen pävetöityminen matematiikan opetukseen.

Osa tutkittavista piti tärkeänä, että matematiikka on integroitu muihin oppiaineisiin opetussuunnitelman tasolla [19, s. 290]. Tätä kautta tapahtuvaa integroinnin menetelmää Araujo et al. kutsuvat tieteidenväliseksi integroinniksi. Integroinnilla on merkittävä osa kyseisessä menetelmässä joko laajojen oppikokonaisuuksien tai kokonaisten kurssien ajan. Tutkittavat katsoivat, että kyseinen menetelmä on hyödyllinen oppilaiden näkökulmasta ja että oppilaat kiinnostuvat matematiikasta, kun se yhdistetään mielekkäästi muihin aineisiin [19, s. 291]. Lyhyemmällä aikavälillä tapahtuva oppiaineiden välinen integrointi on viitekehyksessä kontekstuaalista integrointia. Kontekstuaalinen integrointi on aina sidottu johonkin kontekstiin eli asiayhteyteen, ja tutkittavat painottivat tällaisena kontekstina arkielämään liittyviä ongelmia. Lisäksi tutkittavat painottivat myös matematiikan sisäisiä yhteyksiä. Kyseisen menetelmän katsottiin hyödyttävän oppilaita erityisesti kontekstiin sidottujen yhteyksien takia; ne yhdistivät matematiikan koulun ulkopuoliseen elämään, oppilaiden arkeen. Araujo et al. mukaan molemmat edellä kuvatut menetelmät, joissa integroinnin ajallinen laajuus käsitti yhden oppitunnin tai ongelman, olivat tutkittavien suosikkeja [19, s. 290-291]. Tutkittavat katsoivat molempien olevan tehokkaita merkittävien yhteyksien luomisessa, mutta erityisesti kontekstuaalinen integrointi, sillä se liittää matematiikan arkielämään.

Integrointia painotetaan uusissa opetussuunnitelman perusteissa monin tavoin. Kenties merkittävimpänä ovat laaja-alaista osaamista tukevat monialaiset oppimiskokonaisuudet. Ne ovat uutta perusteissa, edellisissä perusteissa niitä ei vielä ollut. Perusteet antavat kouluille mahdollisuuden luoda omia oppimiskokonaisuuksia hyvin vapaasti. Oppimiskokonaisuuksien toteuttamiseksi on esitelty perusteissa erilaisia menetelmiä. Edellä mainittua kontekstuaalista integrointia vastaavaa menetelmää tosin ei ole mainittu perusteissa. Perusteet painottavat enemmänkin oppiaineiden yhteistyötä sen sijaan, että yksi opettaja ottaisi oppisisällöissä huomioon muidenkin kuin oman oppiaineen sisältöjä. Toisaalta tämä on aineenopettajan näkökulmasta ymmärrettävää, sillä muut oppiaineet saattavat olla opettajalle hyvinkin tuntemattomia. Tosin toivottavaa olisi, että matematiikan ja luonnontieteiden aineenopettajilla olisi edes hieman aineenhallintaa muissa oppiaineissa, tai edes kiinnostusta muita oppiaineita kohtaan; etenkin matematiikka ja luonnontieteet sisältävät paljon yhteisiä aineksia integroinnin näkökulmasta.

2.6.4 Kokemuksellinen oppiminen

Kokemuksellisen oppimisen kehittäjänä pidetään usein John Deweytä[15]. Dewey esitteli kokemuksellisen oppimisen teorian vuonna 1938. Hänen mielestään oppijan roolin tuli olla aktiivisempi kuin perinteisessä opetuksessa (behavioristinen oppimisnäkemys). Deweyn mukaan oppiminen tapahtuu kokemusten kautta. Pelkkä kokemus ei kuitenkaan riitä, vaan oppijan tulee reflektoida kokemuksiaan ja verrata niitä aiempiin kokemuksiin, ennakkokäsityksiin sekä tietämykseen. Jotta kokemus olisi opettavainen, tulisi sen herättää oppijan mielenkiinto ja saada aikaan oma-aloitteisuutta. Deweyn mukaan kokemuksellinen oppiminen on suunnitelmallista ja opettajan rooli on toimia ohjaamassa oppimista sen sijaan, että oppiminen olisi sattumanvaraista. [76]

Kokemuksellisen oppimisen yhdistys AEE (Association for Experiential education) kuvaa kokemuksellista oppimista seuraavasti [84]:

> Haasteita ja kokemuksia, joita seuraa reflektointi, joka johtaa edelleen oppimiseen ja kasvuun.

AEE:n mukaan kokemuksellisessa oppimisessa opettaja pyrkii tarkoituksenmukaisesti haastamaan oppijoita suoran kokemuksen ja niiden reflektoinnin avulla. Kokemuksellisen oppimisen myötä oppijoiden tietämys kasvaa, taidot kehittyvät, arvot selkiytyvät ja oppijoiden kyvyt vaikuttaa yhteiskuntaan kasvavat. Kokemuksellinen oppiminen on AEE:n mukaan nähtävissä useissa opetus- ja oppimismenetelmissä, kuten non-formaalissa, informaalissa, paikkasidonnaisessa, projektipohjaisessa, oppijakeskeisessä opetuksessa sekä aktiivisessa oppimisessa ja ulkona opettamisessa. AEE on koonnut seuraavat kokemuksellisen oppimisen perusperiaatteet:

- Kokemuksellista oppimista tapahtuu, kun tarkoin harkittuja kokemuksia seuraa reflektio, analyysi ja synteesi.
- Kokemusten tulee olla sellaisia, että ne vaativat oppijalta oma-aloitteisuutta, päätöksentekoa ja vastuuta tuloksista.
- Kokemuksellisen oppimisen prosessi vaatii oppijalta jatkuvaa kysymysten asettamista, tutkimuksellista otetta, ongelmien ratkaisua, luovuutta sekä merkitysten luomista.

[15] John Dewey (1859-1952) oli yhdysvaltainen filosofi ja psykologi. Deweyn katsotaan olleen yksi 1900-luvun merkittävimmistä kasvatuspsykologeista.

- Oppija on sitoutunut kokemukseen älyllisesti, tunteiden kautta, sosiaalisesti sekä fyysisesti. Näin ollen oppimistapahtuman tulee olla luonteeltaan autenttinen.
- Oppimistulokset ovat yksilöllisiä ja luovat pohjan tuleville kokemuksille ja oppimiselle.
- Oppijan suhde omaan itseensä, muihin ja koko maailmaan kehittyy.
- Sekä opettaja että oppija voivat kohdata onnistumisia, epäonnistumisia sekä seikkailua, epävarmuutta ja riskinottoa.
- Arvojen tarkasteluun tarjotaan mahdollisuuksia.
- Opettajan tehtävä on sopivien kokemusten tarjoaminen, ongelmien esittäminen, rajojen asettaminen, oppijoiden tukeminen sekä turvallisuuden takaaminen.
- Opettaja kannustaa spontaanien oppimismahdollisuuksien hyödyntämiseen.

Higgins on tarkastellut kokemuksellisesta oppimisesta ulkona opettamisen näkökulmasta [33]. Hänen mukaansa kokemuksellisen oppimisen prosessi voimistuu, kun prosessia arvioidaan jälkeen päin ja/tai oppijoilla on jonkinlainen viitekehys aiheeseen liittyen ennestään [33, s. 9]. Viitekehys voi ohjata oppijoiden toimintaa suoraan tai epäsuorasti, ja se voi toisaalta mahdollistaa aktiviteetin vertaamisen koulun ulkopuoliseen elämään. Higgins esittää, että opettajan rooli korostuu etenkin kokemuksen arvioinnissa ja viitekehysten ennalta luomisessa, mutta opettajan tehtävänä on kuitenkin jatkuvasti toimia prosessin ohjaajana. Kokemuksen arviointi jälkeen päin on erityisen tärkeää, sillä se tekee kokemuksesta arvokkaan, ja toisaalta se on osa oppimisprosessia. Higginsin mukaan oppijan on mahdollista saavuttaa näin luottamusta ja itsenäisyyttä oman oppimisensa suhteen.

Suora kokemus on kokemuksellisen oppimisen ytimessä [24, s. 30, 36][33, s. 10]. Suoralla kokemuksella viitataan siihen, miten kokemukseen liittyvä tapahtuma välittyy oppijalle. Higgins erottaa neljä erilaista tilannetta kuvaamaan tapahtuman välittymistä. Hän kuvaa oppilasta prismana, jonka kautta tapahtumasta lähtevä valonsäde dispersoituu viideksi erilliseksi valonsäteeksi, jotka ovat älyllinen, fyysinen, emotionaalinen, asteettinen ja hengellinen kokemus. Opettajan roolia mallissa kuvaa riippuen tilanteesta joko himmeä lasi tai suodin oppijan ja tapahtuman välillä. Opettaja voi myös olla oppijan tavoin prisma.

Toisaalta opettaja voi puuttua kokonaan, kuten Higginsin esittämässä ensimmäisessä tilanteessa [33, s. 10]. Tällöin valonsäde kulkee suoraan oppilaan läpi aiheuttaen jonkinasteista kehitystä riippuen oppijan kiinnostuksesta oppia. Tapahtuman tulkinta jää tällöin kokonaan oppijan vastuulle. Toisessa tilanteessa opettaja toimii "himmeänä lasina", joka valitsee ja erittelee tapahtumaa koskevan tiedon oppijaa varten. Suoraa kokemusta ei tällöin tapahdu, ja tapahtuman todellinen luonne jää mahdollisesti oppijalta hahmottamatta. Kolmannessa tilanteessa opettaja kuvataan "suotimena", joka suodattaa, mahdollisesti hankalan, tapahtuman siten, että oppilaalle syntyy kuitenkin jonkinlainen suora kokemus tapahtumasta. Viimeisessä ja kokemuksellisen oppimisen teorian kannalta edullisimmassa tilanteessa opettaja on oppijan tavoin prisma [33, s. 11]. Oppija ja opettaja on kuvattu kahtena vierekkäin olevana prismana, jotka molemmat kokevat suoraan tapahtuman, mutta eri tavoin. Poikkeava kokemus mahdollistaa Higginsin mukaan vertailun sekä tapahtuman että myös toisen ihmisen syvemmän ymmärryksen. Todennäköisesti opettajan aiempi kokemusmaailma on oppilaan kokemusmaailmaa laajempi ja näin ollen opettaja voi toimia oppijan kokemusmaailmaa rikastavana. Vähitellen oppijan kokemusmaailma kuitenkin rikastuu, minkä myötä opettajan merkitys oppimistilanteessa vähenee. Higgins toteaa mallin soveltuvan erityisesti ulkona opettamiseen, sillä ulkona on paljon mahdollisuuksia suoraan kokemiseen.

David Kolb[16] esitteli vuonna 1984 syklisen oppimisen mallin, joka perustuu Deweyn, Lewinin ja Piaget'n näkemyksiin oppimiseen liittyvistä prosesseista, joissa Kolb näkee paljon yhtäläisyyksiä [44]. Kolb on luonut edellä mainittujen (sekä useiden muiden) kasvatustieteilijöiden ajatusten pohjalta kuusi väittämää kuvaamaan (kokemuksellista) oppimista:

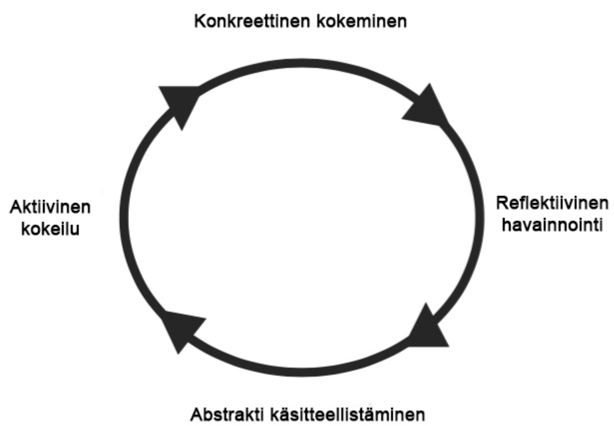
- Oppiminen tulee mieltää prosessina oppimistulosten sijaan.
- Kaikki oppiminen on uudelleenoppimista. Oppimista tapahtuu parhaiten sellaisessa prosessissa, joka tuo ilmi oppijoiden uskomukset ja ideat aiheesta, jolloin niitä voidaan tutkia, testata, integroida uusiin kehittyneempiin ideoihin.
- Ristiriidat, eroavaisuudet ja erimielisyydet ovat oppimisprosessin taustalla. Oppimisprosessissa oppijan tehtävänä on liikkua edes takaisin reflektoinnin, toiminnan, tuntemisen ja ajattelun välillä.
- Oppiminen on holistinen prosessi, jossa mukaudutaan ympäröivään maailmaan. Oppiminen ei ole ainoastaan kognition tulosta, vaan yksilön kokonaisvaltaista toimintaa, jossa yhdistyy ajattelu, tunteminen, vastaanottaminen sekä käyttäytyminen.

[16]David Kolb on yhdysvaltalainen kasvatustieteilijä. Hän on perehtynyt erityisesti kokemukselliseen oppimiseen.

- Oppimista tapahtuu yksilön ja ympäristön välisessä kanssakäymisessä. Uudet kokemukset sulautuvat olemassa oleviin käsityksiin ja olemassa olevat käsitykset mukautuvat uusiin kokemuksiin.

- Oppiminen on tiedonluomisprosessi, jossa yhteisöllinen tieto rakentuu ja uudelleenrakentuu oppijan omassa tietämyksessä.

Kolb määrittelee oppimisen lyhyesti prosessina, jossa tietoa syntyy, kun uusi kokemus tiedostuu ja muuntuu [44, s. 2]. Syklisen oppimisen mallissa kokemuksen tiedostumiseen on esitetty kaksi loogisesti toisiinsa liittyvää tapaa: konkreettinen kokeminen ja abstrakti käsitteellistäminen. Vastaavasti kokemuksen muuntumiseen on esitetty myös kaksi loogisesti toisiinsa liittyvää tapaa: reflektiivinen havainnointi ja aktiivinen kokeilu. Syklisen oppimisen malli kuvaa kokemuksellisen oppimisen prosessia, jossa tiedon syntymiseen liittyy edellä mainittujen oppimistapojen luova yhdistely. Kolbin mukaan oppimistapojen yhdistely on riippuvainen kontekstista; oppimistilanteesta sekä siitä mitä pyritään oppimaan. Syklisen oppimisen mallin mukaan oppija käy läpi kunkin oppimistavan. Oppiminen on mallin mukaan syklistä; oppimistavat seuraavat toisiaan yhä uudelleen ja uudelleen. Kokemukset ovat perusta havainnoille sekä reflektiolle. Reflektiot sulautuvat ja ”tislautuvat” abstrakteiksi käsitteiksi, joista johdetaan edelleen uusia perusteita toiminnalle.



Kuva 2.6 *Kokemuksellisen oppimisen sykli [44, s. 3]*

Oppimistapojen yhdistely on riippuvainen kontekstin lisäksi oppijasta, yksilön oppimistyylistä [44, s. 2]. Kolbin mukaan kokemukselliseen oppimiseen liittyvä tutkimus on keskittynyt oppimistyylin käsitteeseen pyrkien tuomaan esille yksilöllisiä oppimistyylejä [44, s. 4]. Tutkimuksissa on Kolbin mukaan löydetty neljä toisistaan poikkeavaa oppimistyyliä, jotka eroavat siinä, miten oppija lähestyy oppimista. Tulosten perusteella Kolb on nimennyt oppimistyylit seuraavasti: divergoiva, assimiloiva, konvergoiva ja akkommodoiva tyyli [44, s. 4][77, s.9].

Kolb esittää oppimistyylit oppimistapojen avulla [44, ks. s. 5]. Divergoivan oppimistyylin omaava oppija tukeutuu Kolbin mukaan konkreettisiin havaintoihin ja reflektiiviseen havainnointiin. Divergoiva oppija on parhaimmillaan konkreettisten tilanteiden monipuolisessa hahmottamisessa. Assimiloivan oppijan oppimistapoja ovat abstrakti käsitteellistäminen sekä reflektiivinen havainnointi. Assimiloiva oppija kykenee ymmärtämään suuria tietomääriä ja muodostamaan niistä loogisia kokonaisuuksia. Konvergoiva oppija tukeutuu abstraktin käsitteellistämisen lisäksi aktiiviseen kokeiluun. Kyseinen oppija on hyvä löytämään käytännön tarkoituksia ideoille ja teorioille. Akkommodoiva oppija hyödyntää konkreettista kokemusta sekä aktiivista kokeilua. Kyseisen oppimistyylin omaava oppija on parhaimmillaan käytännönläheisissä oppimistilanteissa.

Knisley[17] on sovittanut Kolbin esittämät oppimistyylit matematiikan oppimiseen. Knisleyn mukaan Kolbin oppimistyylit voidaan tulkita matematiikan oppimistyyleinä [41, s. 4]. Knisleyn tekemä muunnelma perustuu usean vuoden havaintoihin, kokeiluihin ja yhteistyöhön opiskelijoiden kanssa [41, s. 5]. Hän luokittelee oppimistyylit seuraavasti (suluissa vastaava Kolbin opppimistyyli) [41, s. 5][77, s. 10]:

Tulkitsija (divergoiva): Tulkitsijat pitävät uusia ideoita tuntemiensa ideoiden uudelleenmuotoiltuina ilmentyminä. He pyrkivät ratkaisemaan ongelmia tuntemillaan menetelmillä, kyseisen tyyppistä tehtävää varten tarkoitetuilla keinoilla.

Analysoija (assimiloiva): Analysoijat tarvitsevat loogisia selityksiä ja algoritmeja. He pyrkivät ratkaisuun etenemällä loogisesti askel askeleelta, edeten alkuoletuksista ratkaisuun.

Yhdistelijä (konvergoiva): Yhdistelijät käyttävät olemassa olevia käsitteitä uusien ideoiden ja lähestymistapojen luomiseen. He ratkaisevat ongelmia luomalla yksilöllisiä strategioita ja lähestymistapoja.

Sopeutuja (akkommodoiva): Sopeutujat vertailevat uusia ideoita tuntemiinsa. He ratkaisevat ongelmia vertaamalla ongelmaa sellaiseen, jonka ratkaisun he osaavat jo ennalta.

Knisley kertoo tekemästään havainnoista, jonka mukaan oppijat saattavat vaihdella oppimistyyliään opittavan aiheen mukaan [41, s. 6]. Lisäksi oppija saattaa siirtyä heuristiseen päättelyyn, mikäli hänen käyttämänsä oppimistyyli ei sovellu ratkaistavaan ongelmaan. Havaintonsa perusteella hän esittääkin, että oppimistyylillä ja

[17] Jeff Knisley toimi artikkelin julkaisuhetkellä East Tennesseen yliopiston matematiikan laitoksen apulaisprofessorina. Knisley työskenteli sekä tutkimuksen että opetuksen kehittämisen parissa.

osaamisen tasolla on yhteys; käytettävä oppimistyyli riippuu aiheesta sekä siitä kuinka hyvin oppija ymmärtää aiheen. Tästä Knisley päätyy edelleen esittämään, että neljän erilaisen oppimistyylin olemassaolo tarkoittaa sitä, että on olemassa ainakin neljä tasoa kuvaamaan matemaattisen käsitteen osaamista. Knisleyn mukaan tätä tietoa voidaan hyödyntää opetuksessa, sillä sen avulla opettaja voi arvioida oppijoiden ymmärrystä jostakin aiheesta, ja toisaalta sen avulla on mahdollista suunnitella opetusta, joka kohdistuu tietyntasoisille oppijoille.

Myös Di Muro et al.[18] ovat tarkastelleet Kolbin syklisen oppimisen mallia matematiikan opetuksen kannalta [55]. He pohtivat artikkelissaan, miten eri oppimistyylit näkyvät erilaisissa oppimistilanteissa. Heidän mukaansa divergoiva oppija on kiinnostunut siitä, miksi on tärkeää oppia kurssin oppisisältö ja kuinka se vaikuttaa heidän tulevaan ammattiinsa. Näin ollen opettajan on mahdollista motivoida heitä painottamalla opiskeltavan asian tärkeyttä ja merkitystä heidän tulevaisuutensa kannalta. Ryhmätyöskentelyssä divergoivat oppijat pitävät ongelmista, jotka vaativat useiden ideoiden pohtimista. He suosivat käytännönläheisiä tehtäviä, jotka mahdollistavat myös reflektoinnin sekä teoreettisen pohdinnan. Yksilötyöskentelyssä kyseiset oppijat kykenevät ottamaan huomioon monia näkökulmia. Lisäksi he vaikuttavat Di Muro et al. mukaan pitävän kokeista, jotka sisältävät heille ennalta tuntemattomia kysymyksiä sekä tehtäviä, joissa yhdistyy kurssin eri osa-alueita. [55, s. 56]

Vastaavasti Di Muro et al. mukaan assimiloivan oppimistyylin omaavat oppijat eivät ole kiinnostuneita teorioiden käytännön merkityksestä, vaan haluavat ymmärtää, mistä opiskeltavassa aiheessa tai taidossa on kyse. Kyseiset oppijat pitävät järjestelmällisesti etenevistä oppitunneista, jotka mahdollistavat selkeät muistiinpanot. Ryhmätyöskentelyssä he pyrkivät järjestelemään ideat taulukoihin ja yhdistämään käytännön teoriaan siten, että he kykenevät selittämään ilmiön taustalla olevan idean tai teorian. Yksilötyöskentelyssä assimiloivat oppijat välttävät Di Muro et al. mukaan käytännön sovellusten etsimistä teorioille ja käsitteille. Toisin kuin divergoivat oppijat assimiloivat oppijat eivät pidä kokeista, joissa on yllätyksiä, ja heidän tulee saada tarkat tiedot kurssin sisällöstä kokeeseen valmistautumista varten. [55, s. 56]

Konvergoivat oppijat arvostavat Di Muro et al. mukaan selkeitä tehtävänantoja ja oppivat parhaiten yrityksen ja erehdyksen kautta sellaisessa oppimisympäristössä, jossa virheet ovat sallittuja. He ovat parhaimmillaan, kun teorialle tulee keksiä käytännön sovelluksia, ja he myös haluavat tietää, kuinka voisivat soveltaa oppimaansa

[18]Paola Di Muro työskentelee apulaisprofessorina Brandonin yliopistossa. Hän vastaa opiskelijapalveluiden ylläpitämästä matematiikkakeskuksesta, joka tukee matematiikan opiskelijoita. Marion Terry on apulaisprofessori Brandonin yliopiston kasvatustieteiden laitoksella. Molempien tutkijoiden tutkimuskohteena on aikuisopetus.

koulun ulkopuolella. Kyseiset oppijat eivät pidä passiivisesta roolista oppitunneilla, vaan tahtovat toimia aktiivisesti siten, että opettaja toimii toiminnan ohjaajana tarjoten käytännön esimerkkejä. Ryhmätyöskentelyssä konvergoivat oppijat keskittyvät kokeilevaan toimintaan sekä sovellustehtäviin. Yksilötyöskentelyssä he ratkaisevat ongelmia käytännönläheisin menetelmin, esittämättä ratkaisun vaatimia välivaiheita. Kokeissa he menestyvät tehtävissä, joissa tulee soveltaa tunnettua tietoa tuntemattomassa kontekstissa. [55, s. 56-57]

Akkommodoivat oppijat pitävät Di Muro et al. mukaan tilanteista, jotka ovat heille uusia ja jotka tarjoavat heille haasteita. Kyseiset oppijat luottavat tällaisissa tilanteissa loogisen päättelyn sijasta intuitioonsa. Tutkijoiden mukaan akkommodoivat oppijat suosivat ongelmaperustaista oppimista, jossa oppijat saavat ratkaista itsenäisesti opettajan antamaa avointa tehtävää. He ovat kiinnostuneita tiettyjen toimintojen seurauksista, kokeilemisesta. Oppitunneilla kyseiset oppijat saattavat kysyä kysymyksiä, jotka johtavat tunnin kulun aivan toiseen suuntaan. He myös pitävät asioiden itsenäisestä oivaltamisesta. Ryhmätyöskentelyssä he pitävät sovellusten pohtimisesta. Yksilötyöskentelyssä he nauttivat todellisten ongelmien ratkaisemisesta käyttäen hyväksi tietojaan ja taitojaan. Tutkijoiden mukaan he pitävät kokeissa tehtävistä, joissa tulee soveltaa käytännönläheisesti opittuja tietoja ja taitoja. [55, s. 57]

Di Muro et al. ovat pohtineet, miten erilaiset oppimistyylit tulisi huomioida matematiikan opetuksessa [55, s. 57-59]. Tutkijat toteavat, että opetusta on mahdotonta toteuttaa siten, että se palvelisi kaikkia oppilaita, ja toisaalta yhden opetustyylin jatkuva käyttökään ei ole suotavaa [55, s. 57]. Di Muro et al. mukaan toisen asteen matematiikan ja luonnontieteiden opetuksessa pääpaino on luennoinnilla, joka suosii assimiloivia oppijoita. Tutkijoiden mukaan selvästi yli puolet oppijoista edustaa jotain muuta oppimistyyliä. Heidän mielestään tulisikin pyrkiä huomioimaan kaikki oppimistyylit huomioiden kukin yksitellen. Näin jokainen oppija voisi ainakin hetkittäin tuntea opiskelun miellyttävänä. Toisaalta menetelmä haastaa oppijat myös omien mieltymystensä ulkopuolelle ja tukee näin ollen jatko-opintojen ja työelämään siirtymisen haasteista selviämistä.

Tutkijat ovat tarkastelleet artikkelissaan myös, miten erilaiset oppimistyylit on mahdollista huomioida erilaisten opetustilanteiden yhteydessä [55, s. 58-59]. Perinteisessä luokkahuoneopetuksessa assimiloivat oppijat ovat yleensä vahvimmillaan, mutta myös muiden oppimistyylien oppijat on mahdollista huomioida. Divergoivia oppijoita varten tulisi tarjota selkeä ja harkittu johdanto opittavaan aiheeseen, ja akkommodoiville ja konvergoiville oppijoilla taas tulisi tarjota mahdollisuus tarkastella aiheeseen liittyviä todellisia käytännön sovelluksia, esittävät Di Muro et al. Demonstraatiot ja käsitteiden visuaaliset havainnollistukset vetoavat nonverbaaleihin oppijoihin. Tutkijoiden mukaan luokkahuoneopetuksen tulisi mahdollistaa oppijoiden esitelmät sekä ryhmäkeskustelut aktiivisia oppijoita varten, mutta myös mahdollisuuksia reflektointiin ja konkreettiseen kokeiluun. Näin kaikki oppimistyylit tulevat läpikäydyiksi.

Tutkijat toteavat ryhmätyöskentelyn altistavan oppijat oppimiskokemuksille, jotka tukevat kaikkia oppimistyylejä [55, s. 58]. Ryhmätyöskentelyssä oppijat kokoontuvat keskustelemaan erilaisista vaihtoehdoista, vertailevat vastauksia, reflektoivat, tulkitsevat ja kokeilevat aktiivisesti. On mahdollista, että konkreettisesta kokeilemisesta pitävät oppijat haluavat koota itse ryhmänsä, mutta oppimistyyliltään heterogeenisten ryhmien luominen on kannattavampaa; heterogeenisen ryhmän jäsenet tuovat ryhmään erilaisia vahvuuksia.

Kokemuksellisuus näkyy uusissa opetussuunnitelman perusteissa sekä oppimiskäsityksessä, oppimisympäristöissä että työtavoissa. Peruskoulun oppimiskäsityksen mukaan kokemuksellisuutta edustavat kieli, kehollisuus ja aistillisuus edistävät sekä ajattelun kehittymistä että oppimista [66, s. 14]. Oppiminen tukee tietojen oppimisen lisäksi taitojen oppimista, ja oppilas kehittyy oppimisen, tunteiden ja kokemusten reflektoinnissa. Oppimista tukee perusteiden mukaan myönteiset tunnekokemukset, oppimisen ilo sekä luova toiminta. Kokemuksellisuutta vahvistaa myös perusteissa mainittu fyysinen aktiivisuus passiivisen istuvan elämäntavan korvaajana [66, s. 25]. Kokemuksellisuus näkyy perusteissa myös oppimisen toiminnallisuutena ja elämyksellisyytenä.

Perusteissa todetaan, että oppimisympäristöjen tulee olla sellaisia, että ne mahdollistavat taitojen oppimisen [66, s. 27]. Monipuoliset oppimisympäristöt, kuten luonto ja luontokeskukset, edistävät myös kokemuksellisuutta [66, s. 28]. Perusteiden seuraavissa kohdissa kokemuksellisuus näkyy selvästi [66, s. 28]:

> Onnistumisen kokemukset ja elämykset erilaisissa ympäristöissä ja oppimistilanteissa innostavat oppilaita oman osaamisensa kehittämiseen.
>
> Monipuoliset työtavat tuovat oppimiseen iloa ja onnistumisen kokemuksia sekä tukevat eri ikäkausille ominaisen luovaa toimintaa. Kokemukselliset ja toiminnalliset työtavat sekä eri aistien käyttö ja liikkuminen lisäävät oppimisen elämyksellisyyttä ja vahvistavat motivaatiota.

Perusteiden matematiikan oppiainekohtaisessa osiossa kokemuksellisuus näkyy kuitenkin melko vähän. Kokemuksellisuutta tukevilla käytännönläheisyydellä ja toiminnallisuudella on perusteiden mukaan merkittävä osuus matematiikan opetuksessa sekä oppimisessa [66, s. 429]. Opetuksessa pyritään myös kiinnittämään oppilaiden huomiota matematiikan hyödyllisyyteen arjessa sekä koko yhteiskunnassa. Matematiikan soveltamisella on tärkeä rooli 7-9 luokan matematiikan opetuksessa. Perusteissa ei ole mainittu, millä tavoin matematiikka tulisi yhdistää oppilaiden arkeen. Perinteinen lähestymistapa lienee kuitenkin käyttää opetuksessa tehtäviä, jotka jollain tavalla liittyvät oppilaan arkeen. Kokemuksellisen oppimisen menetelmillä matematiikka olisi mahdollista liittää autenttisemmin oppilaiden arkeen.

Toteutettavassa oppimateriaalissa pyritään huomioimaan opetuksen käytännönläheisyys. Näin ollen matematiikan ulkona opettaminen voisi soveltua erityisesti oppimistyyliltään konvergoiville ja akkommodoiville oppijoille, sillä he ovat kiinnostuneita käytännön sovelluksista, kokeilemisesta ja taitojen oppimisesta. Tutkijoiden mukaan ryhmätyöskentely altistaa oppilaat kaikille eri oppimistyyleille, joten ulkona opettaminen voisi tässä mielessä soveltua kaikille oppilaille yhteistoiminnallisen luonteensa vuoksi. Tutkijat suosittelevat heterogeenisten ryhmien muodostamista sen sijaan, että oppilaat itse muodostaisivat ryhmät; erilaisia oppimistyylejä omaavat oppilaat tuovat ryhmään erilaisia vahvuuksia. Oppimateriaaliin voisi toisaalta myös kehittää teoreettisempia osioita, jotka vetoaisivat myös divergoivan ja erityisesti assimiloivan oppimistyylin omaaviin oppilaisiin. Oppimateriaalin aiheisiin sisältyviin tehtäviin voisi myös keksiä teoreettisempia tehtäviä.

2.6.5 Kontekstuaalinen ja paikkaperustainen opetus

Paikkaperustainen opetus on hyvin läheisessä yhteydessä ulkona opettamiseen, ympäristökasvatukseen sekä kokemukselliseen oppimiseen [15, s. 6]. Paikkaperustaiseen opetukseen liittyy useasti myös pidempikestoiset oppimisprojektit, joten se on myös osaltaan projektipohjaista oppimista. Paikkaperustainen opetus liittyy nimensä mukaisesti ympäristöön. Se sisältää kulttuurisen, historiallisen ja sosiopoliittisen näkökulman ja pyrkii hyödyntämään (paikallista) luontoa ja rakennettua ympäristöä integroivana kontekstina [15, s. 5]. Paikkaperustaiseen opetukseen yhdistetään usein kriittinen pedagogiikka, kansalaisvaikuttaminen sekä palveluoppiminen. Poiketen ulkona opettamisesta siihen liittyy vahvasti erityisesti lähiympäristössä toimiminen; oppijoiden kotiseudun tutkiminen ja kehittäminen yhdessä [15, s. 4]. Sobel mainitsee paikkaperustaisen opetuksen toimivan lähtökohtana käsitteiden opettamiseen kaikissa kouluaineissa, mukaan lukien matematiikassa sekä luonnontieteissä [124, s. 6].

Paikkaperustainen opetus liittyy todellisiin asioihin, paikkoihin, ihmisiin ja soveltuu kaikenlaisille oppijoille oppimistyylistä riippumatta [15, s. 8]. Sen katsotaan olevan hyödyllistä sekä oppijoille, opettajille että myös paikalliselle yhteisölle [15, s. 8-10].

Paikkaperustaisen opetuksen sanotaan kehittävän oppijoiden osallistumista, koulumenestystä ja käsitystä omasta itsestä paikallisen ympäristön suojelijoina [15, s. 8].

Gruenewald[19] käyttää nimitystä paikkatietoinen opetus [25]. Hänen mukaansa paikkatietoisen opetuksen pedagoginen haaste on saada oppijat "kuuntelemaan", mitä paikat kertovat ja "vastaamaan" takaisin ymmärtävinä ja osallistuvina kansalaisina [25, s. 645]. Gruenewald esittää paikkojen olevan perusluonteeltaan opettavaisia, sillä ne ovat konteksteja ihmisten havainnoille. Tietämyksemme on hänen mukaansa pitkälti sidoksissa siihen, miten koemme ja edelleen huomioimme paikat. On tärkeää mihin paikan yksityiskohtiin kohdistamme huomiomme. Koulun ulkopuolelle menemisen lisäksi opetuksessa tulisi laajentaa mahdollisuuksia havainnointiin ja kokemiseen ja ympäristön monipuoliseen arvostamiseen [25, s. 646]. Gruenewaldin mukaan paikkatietoisen opetuksen edistämiseksi opetusalan toimijoiden tulisi tiedostaa koulukeskeisestä opetussuunnitelmasta puuttuva, mutta oppimisen kannalta merkittävä, kokemuksellisuus koulun ulkopuolella.

Berlin on tarkastellut artikkelissaan paikkaperustaista opetusta matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen kontekstina ja integroivana tekijänä [9]. Berlin esittelee itse luomansa termin etnointegraatio, joka on yhteydessä paikkaperustaiseen opetukseen [9, s. 190-191]. Matematiikan ja luonnontieteiden etnointegraatiolla hän tarkoittaa opetusta, jossa pyritään tunnistamaan paikallisen elinympäristön ymmärtämisen ja kehittämisen kannalta oleellisia matematiikan ja luonnontieteiden aiheita. Opetuksen tavoitteena on siis liittää kyseisten oppiaineiden oppisisältöjä aktiviteeteiksi, joissa oppijoiden yhteisöllinen ja kulttuurillinen tausta tulevat esille. Berlinin mukaan lähestymistapa tarjoaa oppijoille mahdollisuuden:

- tutkia kulttuurin ja matematiikan ja luonnontieteiden välisiä suhteita
- kehittää tietoisuuttaan ihmisen todellisten tarpeiden ja mielenkiintojen ja matematiikan ja luonnontieteiden kehityksen suhteesta
- lisätä ymmärrystään matemaattisen ja luonnontieteellisen tiedon historiasta ja kehityksestä ja kyseisten tieteenalojen sovelluksista (luvut, kuviot, astronomia, biologia, fysiikka, maanviljely, antropologia, arkkitehtuuri, insinöörityö, tekstiilit)
- lisätä ymmärrystään matematiikan ja luonnontieteiden historian ja kehityksen yhteydestä esimerkiksi taiteeseen ja kirjallisuuteen

[19] David Gruenewald (nyk. Greenwood) työskenteli artikkelin julkaisuhetkellä apulaisprofessorina Washingtonin osavaltionyliopistossa opetuksen ja oppimisen laitoksella. Gruenewald on tutkinut erityisesti paikkaperustaista opetusta kouluissa, yliopistoissa ja yhteisöissä.

- kehittää tietoisuuttaan, ymmärrystään ja arvostustaan matemaattista ja luonnontieteellistä kehitystä ja teknologiaa kohtaan
- tunnistaa ja liittää luonnontieteet ja matematiikka omaan kulttuuriinsa poikkeavien ja merkityksellisten aktiviteettien kautta.

Parhaimman tuloksen saavuttamiseksi Berlin painottaa opettajien, oppilaiden, vanhempien ja koko yhteisön yhteistyötä [9, s. 192]. Yhteistyön myötä on mahdollista mukauttaa opetusta kuhunkin ainutkertaiseen ympäristöön, yhteisöön ja kulttuuriin.

Showalter[20] on tutkinut paikkaperustaista opetusta matematiikan kannalta [122]. Tutkimukseen osallistui 15 matematiikan opetuksen tohtoriohjelmasta valmistunutta. Tohtoriohjelma oli erityisesti keskittynyt matematiikan opetukseen maaseudun kontekstissa. Showalter haastatteli tutkittavia kahteen kertaan kahden kuukauden aikana. Haastatteluiden tavoitteena oli selvittää, millaisia haasteita ja onnistumisia tutkittavat olivat kokeneet toteuttaessaan paikkaperustaista matematiikan opetusta [122, s. 2]

Tutkimuksessa selvisi, että paikkaperustaisesta matematiikan opetuksesta on helpompi luennoida yliopiston metodikursseilla tuleville opettajille kuin toteuttaa sitä käytännössä [122, s. 5]. Tutkittavien mukaan matematiikan opetuksen tulisi olla erilaista maaseudun kontekstissa kuin kaupungin kontekstissa, mutta tutkittavat olivat kuitenkin epävarmoja, miten tämä tulisi huomioida opetuksessa. Toisaalta osa tutkittavista ei myöskään katsonut opetettavan aiheen mahdollistavan kontekstin huomioimista [122, s. 6].

Tulosten perusteella näyttäisi myös siltä, että paikkaperustaisessa matematiikan opetuksessa ei ole helposti samanaikaisesti saavutettavissa sekä sisällön syvyyttä, autenttisuutta että merkityksellisyyttä [122, s. 7]. Tutkittavien haastatteluista kävi ilmi, että tilastotiede soveltuu paremmin paikkaperustaiseen matematiikan opettamiseen kuin esimerkiksi algebra. Showalterin mukaan tilastolliset ongelmat soveltuvat paikkaperustaiseen matematiikan opetukseen, koska tilastoihin liittyy aina jokin konteksti, joka tekee tilastosta merkityksellisen.

Uusissa opetussuunnitelman perusteissa kontekstuaalinen ja paikkaperustainen opetus näkyvät sekä epäsuorasti että suoraan. Ensinnäkin koulun yhteistyö ulkopuolisten toimijoiden kanssa mahdollistaa monenlaiset oppimisympäristöt. Oppimisen yh-

[20]Daniel Showalter työskenteli artikkelin julkaisuhetkellä Ohion osavaltionyliopistossa tohtorikoulutettavana. Hänen tutkimuskohteitaan ovat opetussuunnitelma ja opetus, erityisesti paikkaperustainen matematiikan opetus.

teydessä oppilas ”luo suhdetta itseensä, toisiin ihmisiin, yhteiskuntaan, luontoon ja eri kulttuureihin” [66, s. 13]. Suhteen kehittyminen lienee tehokkaampaa, mikäli oppimisympäristötkin ovat laajempia kuin pelkkä koulu. Perusteissa todetaan myös oppilaan omakohtaisen luontosuhteen tukevan ympäristötietoisen kansalaisen kehittymistä. Luonto tulee siis kokea itse.

Peruskoulun oppimiskäsityksen kohdalla todetaan seuraavasti [66, s. 14]:

> Oppiminen on monimuotoista ja sidoksissa opittavaan asiaan, aikaan ja paikkaan.

Lainauksessa tiivistyy hyvin se, mistä kontekstuaalisessa ja paikkaperustaisessa opetuksessa on kyse. Perusteissa mainitaan myös koulutyöskentelyn vieminen luokkahuoneen ulkopuolelle [66, s. 25], mikä tukee erilaisen kontekstin ilmenemistä. Matematiikan opetuksen tulisi perusteiden mukaan huomioida oppilaiden arkielämä ja pyrkiä luomaan yhteyksiä matematiikan ja arjen välille [66, s. 429]. Lisäksi oppilaan tulisi kyetä soveltamaan oppimaansa muissa oppiaineissa sekä koko yhteiskunnassa [66, s. 430]. Perusteissa ei suoraan todeta, että näiden asioiden saavuttaminen vaatisi siirtymistä perinteisestä luokkahuoneopetuksesta johonkin muuhun kontekstiin. Oppisisällön mukainen konteksti voisi tehdä oppimisesta mielekkäämpää ja mieleenpainuvampaa, sillä perinteisessä opetuksessa arkielämän ongelmat saattavat tuntua etäisiltä. Esimerkiksi sen sijaan, että tilastomatematiikassa käytetään valmiita tilastoja, voisivat oppilaat itse kerätä tarkasteltavan aineiston.

Uuden opetussuunnitelman perusteiden tavoite laajentaa oppimisympäristöjä liittyy Kangas et al. mukaan kasvatuksen paikkalähtöisyyteen [37, s. 41]. Paikkalähtöisessä opetuksessa koulun lähiympäristö ja yhteiskunta mahdollistavat sekä opetuksen eheyttämisen että oppiympäristöjen laajentamisen. Kangas et al. mainitsevat erinomaisena kotimaisena esimerkkinä Hämeenkyrön Mahnalan ympäristökoulun [37, s. 42]. Siellä painottuu työkasvatus yhteistyössä koulun ympärillä sijaitsevien maatilojen kanssa.

2.6.6 Projektipohjainen oppiminen

Kuten luvusta 2.1 käy ilmi, ulkona opettamiseen liittyy monenlaiset projektit. Yhteistä projekteille on, että ne rakentuvat yleensä jonkin teeman varaan. Teema voi olla hyvinkin ajankohtainen, oppilaiden tai opettajien keksimä ja projekti voi olla kestoltaan jopa koko lukuvuoden kestävä oppimisprosessi.

Edellä kuvattua opetusmenetelmää kutsutaan projektipohjaiseksi oppimiseksi. Thomas määrittelee projektipohjaisen oppimisen yksinkertaisimmillaan oppimiseksi, joka on sidoksissa johonkin projektiin [131, s. 1]. Thomasin mukaan projektit ovat haastavien kysymysten tai ongelmien ratkaisemiseen vaadittavia tehtäviä. Tehtävien ratkaisu edellyttää oppijoilta suunnitelmallista toimintaa, ongelmanratkaisua, päätöksentekoa ja tutkivia menetelmiä. Oppijat toimivat hyvin itsenäisesti tavoitteiden saavuttamiseksi. Työn tuloksena syntyy Thomasin mukaan käsinkosketeltavia tuotoksia tai esityksiä. Projektipohjaista oppimista kuvaa Thomasin mukaan myös autenttiset oppisisällöt ja tehtävät, opettajan rooli ohjaajana ja yhteistoiminnallinen oppiminen. Projektipohjaista oppimista kuvaa erityisesti jonkin ennalta sovitun tavoitteen saavuttaminen, kun taas toiselle tutkivan oppimisen menetelmälle, ongelmaperustaiselle oppimiselle, on luonteenomaista tarkkaan määritelty ongelma [152, s. 1]. Ongelmaperustaisessa oppimisessa oppijat päätyvät erilaisiin ratkaisuihin erilaisin menetelmin, ja oppiminen on tästä syystä erilaista kunkin oppijan kohdalla.

Thomas katsoo, että projektipohjaisessa oppimisessa itse projektit luovat opetussuunnitelman [131, s. 3]. Oppiminen tapahtuu projektien kautta; oppilaat tutustuvat esimerkiksi uusiin käsitteisiin ensimmäistä kertaa projektin yhteydessä. Vastakohtana kyseiselle lähestymistavalle on normaaliin opetukseen sisällytetyt projektit, joissa oppilaat soveltavat jo oppimiaan asioita. Myöskään projektit, jotka ulottuvat sisällöllisesti opetussuunnitelman ulkopuolelle, eivät ole Thomasin mukaan projektipohjaisen oppimisen mukaisia. Toisekseen projektien tulee keskittyä kysymyksiin tai ongelmiin, joita ratkoessa oppilaat ovat tekemisissä oppiaineen keskeisten käsitteiden ja periaatteiden kanssa. Tähän pyritään joko johdattelevalla kysymyksellä tai esittämällä avoin ongelma.

Keskeistä projektipohjaisessa oppimisessa on Thomasin mukaan myös tiedon muuntaminen ja rakentaminen oppilaan toimesta [131, s. 3]. Tutkija huomauttaa, että projekti, joka ei vaadi oppilaalta uuden tietämyksen rakentumista, on yksinkertaisesti harjoitus, eikä projekti projektioppimisen mielessä [131, s. 3-4]. Merkittävä ero perinteisen opetuksen ja projektipohjaisen oppimisen välillä on projektien oppijalähtöisyys; oppilaat ovat merkittävässä asemassa sen suhteen, mihin suuntaan projekti etenee [131, s. 4]. Projekteilla ei ole ennaltamäärättyä tulosta eikä ”polkuja”, jotka ohjaisivat oppilaita johonkin tiettyyn suuntaan. Luonteenomaista projektipohjaiselle oppimiselle on oppilaiden suurempi vastuu, mutta toisaalta myös laajemmat vapaudet toteutuksen suhteen.

Thomas painottaa projektien autenttisuutta [131, s. 4]. Autenttisuutta luodaan aiheen valinnalla, tehtävillä, oppilaiden roolilla, oppimiskontekstilla, oppimista tukevilla henkilöillä, lopputuotteilla, lopputuotteen kohderyhmällä sekä arvosteluperiaatteilla. Thomas on luonut edellä kuvatun projektioppimisen "määritelmän" kirjallisuuskatsaustaan varten ja huomauttaa sen olevan ainoastaan vastaus siihen, mitä ehtoja projektin tulee vähintään täyttää [131, s. 3]. Thomasin kirjallisuuskatsauksesta käy ilmi seuraavia projektipohjaisen oppimisen hyötyjä, haittoja ja esteitä [131, s. 34-35]:

- Projektipohjainen oppiminen on sekä oppilaiden että opettajien suosiossa, ja molemmat uskovat myös opetusmenetelmän olevan tehokas.
- Kyseinen opetusmenetelmä tukee sekä opettajien ammattitaidon että yhteistyön kehittymistä sekä oppilaiden itseluottamuksen että positiivisten oppimiseen liittyvien asenteiden kehittymistä.
- Projektipohjaisella oppimisella on havaittavissa positiivinen vaikutus koulumenestykseen sekä ajattelutaitoihin suhteessa perinteiseen opetukseen.
- Projektipohjainen oppiminen näyttäisi edistävän oppimisen laatua asiasisältöjen suhteen, edelleen edistäen oppilaiden kehittymistä tiedon soveltamisessa ongelmanratkaisussa.
- Opetusmenetelmä tukee useiden taitojen, kuten suunnittelu-, kommunikaatio-, päätöksenteko- sekä ongelmanratkaisutaitojen kehittymistä.
- Projektipohjaisen oppimisen suunnittelu ja toteuttaminen ovat opettajan näkökulmasta melko haastavia.
- Ongelmakohtia ovat kyselevän opetuksen toteuttaminen, tutkivan oppimisen ohjaaminen, ajanhallinta sekä teknologian tehokas käyttö.

Projektipohjainen oppiminen ja muut samankaltaiset oppimismenetelmät, joissa painotetaan oppilaslähtöisyyttä (esim. ongelmaperustainen oppiminen), eivät suinkaan ole kaikkien tutkijoiden mielestä tehokkaita. Osa tutkijoista katsoo opettajan roolin olevan liian passiivinen. Erityisesti Kirschner et al.[21] mukaan kovin vapaamuotoinen ja ohjaamaton opiskelu ei ole tehokasta suosiostaan ja houkuttelevuudestaan huolimatta [40, s. 75]. Tutkijoiden mukaan on olemassa lukuisia tutkimuksia, jotka osoittavat ohjaamisen olevan tärkeässä asemassa oppimisessa. Lisäksi tutkijat huomauttavat, että ohjaamaton opiskelu ei tue niitä rakenteita, jotka muodostavat ihmisen kognitiivisen järjestelmän. Tehottomuutensa lisäksi ohjaamaton opiskelu saattaa synnyttää oppilaille virhekäsityksiä tai virheellisesti järjestynyttä tietoa

[21] Paul Kirschner toimii professorina Hollannin avoimessa yliopistossa sekä vierailevana professorian Oulun yliopistossa. Hänen erityisosaamiseensa kuuluu esimerkiksi tietokoneavusteinen oppiminen, ja hän on kansainvälisesti tunnettu alallaan.

[40, s. 84]. Kirschner et al. kuitenkin myöntävät, että oppilaslähtöinen opiskelu voi toimia, mikäli oppilaiden ennakkotiedot opiskeltavasta asiasta ovat riittävällä tasolla [40, s. 75].

Muut tutkijaryhmät ovat kritisoineet Kirschner et al. esittämiä väitteitä (ks. esim. [34] ja [117]). Esimerkiksi Hmelo-Silver et al.[22] mukaan Kirschner et al. ovat virheellisesti esittäneet projektipohjaisen oppimisen sellaisena, jossa opettajan rooli on lähes täysin passiivinen [34, s. 99]. Kyseiset oppimismenetelmät ovat itse asiassa hyvinkin porrasteisia ja oppimista tukevia menetelmiä, esittävät Hmelo-Silver et al. Tutkijat toteavat, että Kirschner et al. eivät ole tutkimuksessaan huomioineet projektipohjaista oppimista tukevia tutkimustuloksia ollenkaan, vaikka niitä on olemassa.

Kirschner et al. ovat myöhemmin, vuonna 2012, vastanneet saamaansa kritiikkiin (ks. [39]). He viittaavat useisiin tutkimuksiin, jotka tukevat heidän näkemystään. Tutkijat esittävät myös muutamia käytännön ongelmia, joita aiheutuu ohjauksen puutteesta. Tarkasteltavan ongelman onnistuu oppitunnilla ratkaisemaan hyvin usein sama henkilö, minkä vuoksi muut turhautuvat [39, s. 8]. Muut eivät edes yritä ratkaista ongelmaa, vaan kopioivat ratkaisun. Oppimista ei siis tapahdu. Merkittävän ongelman aiheuttaa myös virheelliseen ratkaisuun päätyminen, sillä virheellisistä käsityksistä on hankala päästä eroon; oppilas muistaa vain oman virheellisen ratkaisunsa, eikä korjaus onnistu. Kirschner et al. huomauttavat lisäksi, että ohjaamaton opiskelu on tehottomuutensa lisäksi huomattavasti hitaampaa kuin ohjattu opiskelu. Jos oppijalla ei ole pitkäaikaisessa muistissaan aiheeseen liittyviä käsitteitä, on ratkaisun löytäminen lähes mahdotonta [39, s. 10]. Aikaa saattaa kulua paljonkin, eikä oppimista tapahdu.

Yetniker et al.[23] ovat kirjallisuuskatsauksessaan tarkastelleet projektipohjaista oppimista matematiikassa (ks. [152]). Tutkimus on keskittynyt erityisesti yläasteikäisten opetukseen. Yetniker et al. mukaan matematiikan projektipohjainen oppiminen lisää osallistumista, sillä se tarjoaa oppilaille vaihtelua ja valinnanvapautta verrattuna perinteiseen opetukseen [152, s. 2]. Kirjallisuuskatsauksen tulokset osoittavat, että matematiikan projektipohjainen oppiminen lisää koulumenestystä, ongelmanratkaisutaitoa, oppiainekohtaista tietämystä, yhteistyötaitoja ja kehittää asenteita mate-

[22] Cindy Hmelo-Silver työskentelee Indianan yliopistossa kasvatustieteen professorina. Hänen tutkimuskohteitaan ovat ongelmaperustainen oppiminen sekä tietokoneavusteinen oppiminen. Clark Chinn on professori Rutgersin yliopiston kasvatustieteen laitoksella. Chinnin tutkimuskohteena on opiskelijoiden ajattelua ja päättelyä tukevat opetusmenetelmät.

[23] Robert Caparo toimii matematiikan opetuksen apulaisprofessorina Texasin A&M yliopistossa. Hänen tutkimuskohteitaan ovat erilaiset representaatiot, opettajien matemaattinen tietämys sekä projektipohjainen oppiminen. Zeyner Ebrar Yetniker oli artikkelin julkaisuhetkellä tohtorikoulututettava Texasin A&M yliopistossa. Hänen mielenkiinnonkohteitaan ovat representaatiot, tutkimusmetodologia sekä mittaaminen ja tilastotiede.

matiikkaa kohtaan [152, s. 4]. Projektipohjaisessa matematiikan oppimisessa tärkeitä ovat visuaaliset havainnollistukset, joita oppilaat voivat hyödyntää kommunikoidessaan ja perustellessaan [152, s. 3-4]. Visuaaliset mallit ovat konkreettisia, ja niitä on mahdollista manipuloida fyysisesti. Yetniker et al. huomauttavat, että oppilaille tulee tarjota porrasteisuutta järjestelmällisen kyselyn tueksi. Opettajan tehtävä on hankala, sillä hänen tulee tehdä ajallista suunnittelua. Aika jakautuu oppilaiden tutkimustyön ja oppisisällöissä etenemisen välillä. Toisaalta myös se, toimiiko opettaja ohjaajana vai tiedon välittäjänä, vaikuttaa opetuksen ajalliseen toteutukseen.

Uusissa opetussuunnitelman perusteissa projektipohjainen oppiminen näkyy erityisesti toimintakulttuurin kehittämistä ohjaavissa periaatteissa. Koulussa tulee luoda ”mahdollisuuksia projektimaiseen työskentelyyn ja kokonaisuuksien opiskeluun” [66, s. 25]. Projektipohjainen oppiminen näkyy siis sekä työtavoissa että oppisisältöjen laajuudessa. Projektimainen työskentely mainitaan perusteissa myös esimerkiksi työelämään liittyvien taitojen oppimisen yhteydessä [66, s. 22, 319] sekä ympäristöön liittyvien yhteistyöprojektien yhteydessä [66, s. 319].

3. OPPIMATERIAALIN MÄÄRITTELY

Seuraavissa alaluvuissa määritellään toteutettavan oppimateriaalin kannalta oleellisia asioita. Määrittelyssä pyritään huomioimaan ulkona opettamiseen liittyvät tutkimukset, olemassa olevat oppimateriaalit, opetussuunnitelman perusteiden näkökulma sekä ulkona opettamisen taustalla vaikuttavien oppimisnäkemysten näkökulmat. Keskeisiä kysymyksiä ovat:

- Mitkä ovat oppimateriaalin tavoitteet?
- Miksi opettaa matematiikkaa ulkona?
- Kuinka oppisisällön ja kontekstin suhde näkyy oppimateriaalissa?
- Kuinka oppiaineiden integrointi näkyy oppimateriaalissa?
- Mikä on oppimateriaalin kohderyhmä, ja miten se huomioidaan?
- Miten oppimateriaalia hyödynnetään käytännössä?
- Millainen on oppimateriaalin rakenne?
- Mikä on oppimateriaalin sisältö, ja miten se on yhteydessä opetussuunnitelmaan?

Tässä luvussa suunniteltava oppimateriaali on opinnäytetyön liitteenä.

3.1 Oppimateriaalin tavoitteet ja kohderyhmä

Oppimateriaali pyrkii tarjoamaan ideoita matematiikan ulkona opettamiseen yläasteella. Matematiikan osalta materiaalissa pyritään täsmälliseen ilmaisuun sekä tutkivaan lähestymistapaan; oppilaiden tehtävänä on tutkia ympäristöön liittyviä aiheita ja mallintaa niitä matemaattisesti. Oppimisen kontekstin (kontekstuaalinen oppiminen) lisäksi oppimateriaalin kannalta oleellisia ovat erityisesti oppimisen kokemuksellisuus, oppiaineiden integrointi ja yhteistoiminnallisuus. Oppimateriaalin oppimistavoitteita on opetusmenetelmän tutkivasta luonteesta johtuen hankala määrittää. Opetuksessa on mahdollista edetä oppilaiden mielenkiinnon mukaan, jolloin oppimisen laajuus ylittää opetussuunnitelmassa mainitut tavoitteet. Oppilaiden mielenkiinnon herääminen ja koulun ulkopuolella opitun soveltaminen ovat tärkeitä tavoitteita, jotka tukevat oppimista monin tavoin. Jos nämä tavoitteet täyttyvät, oppimiskokonaisuus on onnistunut.

Luokkahuoneen ulkopuolinen ympäristö tarjoaa valtavan määrän erilaisia oppimisympäristöjä, joita voidaan kutsua autenttisiksi suhteessa luokkahuoneeseen; ne ovat osa oppilaiden arkipäivää ja niissä luonnon erilaiset ilmiöt ilmenevät luonnostaan, eikä monimutkaisten koejärjestelyjen tai esimerkkien kautta. Oppimateriaalin keskeisenä tavoitteena on herättää oppilaat huomaamaan, että matematiikkaa on mahdollista soveltaa mitä erilaisimmissa asioissa ja ympäristöissä. Oppimateriaalin aktiviteettien kokemuksellisuudella pyritään vahvistamaan matemaattisten taitojen muistamista. Taitojen oppimisen lisäksi tavoitteena on myös matemaattisten teorioiden sisäistäminen.

Toisaalta autenttiset oppimisympäristöt ovat erinomaisia myös oppiaineiden integroinnin kannalta. Oppimateriaalissa on tavoitteena huomioida mahdollisuuksia oppiaineiden integrointiin. Luonnollisesti oppimateriaali tulee tässä mielessä toimimaan vain pohjana, sillä työ vaatisi usean aineenopettajan yhteistyötä. Erityisesti matematiikan lisäksi oppimateriaali tulee sisältämään viittauksia biologiaan, maantieteeseen, fysiikkaan ja kemiaan. Muita oppiaineita, kuten liikunta, äidinkieli ja englannin kieli, pyritään huomioimaan erilaisten työtapojen kautta. Oppiaineiden integroinnin myötä tavoitteena on laajojen kokonaiskäsitysten syntyminen pirstaloituneen tiedon sijaan.

Erityisen tärkeää oppimateriaalissa on myös itse luokkahuoneen ulkopuolelle meneminen. Tosin sitä ei tule pitää ainoastaan itseisarvona, vaan uutta oppimisympäristöä tulee myös hyödyntää tehokkaasti. Oppisisältöjen tulee jollain tavalla liittyä oppimisympäristöön. Oppimateriaalissa luokkahuoneen ulkopuolinen ympäristö, ennen kaikkea luonto (vrt. rakennettu ympäristö), toimii oppimisen kontekstina. Olemassa olevia matematiikan ulkona opettamiseen suunnattuja oppimateriaaleja yhdistää pitkälti se, että niissä oppimisen kontekstia ei olla huomioitu. On aivan eri asia järjestellä luonnossa käpyjä suuruusjärjestykseen kuin mallintaa matemaattisesti luonnossa ilmeneviä rakenteita ja ilmiöitä.

Toinen olemassa olevia oppimateriaaleja yhdistävä tekijä on niiden kohderyhmä. Oppimateriaalit on suunnattu pääasiassa ala-asteikäisille. Tämä näkyy niiden aiheissa sekä aktiviteettien kehollisuudessa ja leikillisyydessä. Matematiikan osuus on niissä olematon. Toteutettavan oppimateriaalin kohderyhmä on yläasteikäiset. Kohderyhmä on monessa mielessä haastava. Ensinnäkin oppilaiden mielenkiinto matematiikkaa kohtaan on hyvin yksilöllistä, mikä tekee käytännön toteuttamisesta hankalaa. Ongelmia aiheuttaa myös suurten ryhmäkokojen myötä syntyvät käyttäytymisongelmat. Tästä syystä oppimateriaalin pääasiallisena tavoitteena on toimia vapaaehtoisena monialaisena oppimiskokonaisuutena. Tällöin opetukseen valikoitunee oppilaita, jotka ovat kiinnostuneita matematiikasta. Toisaalta tavoitteena on myös innostaa niitä, jotka eivät vielä ole matematiikasta kiinnostuneita – tähän pyritään erityisesti integroimalla oppiaineita ja hyödyntämällä monenlaisia työtapoja. Seuraavassa alaluvussa on esitetty erilaisia toteutustapoja oppimateriaalin hyödyntämiseen, sekä monialaisena oppimiskokonaisuutena että yksittäisinä oppitunteina. Oppimateriaalin kohderyhmä osaltaan vaikuttaa toteutustapaan. Esimerkiksi osa oppimateriaalin sisällöstä saattaa olla matemaattisen teoriansa suhteen liian haastavaa 7. luokkalaisille, joten oppimateriaalia ei voida tällöin hyödyntää kokonaisuudessaan, tai ainakaan koko ikäluokan opetuksessa.

Ulkona opettamiseen liittyy perinteisesti myös ympäristökasvatus. Oppimateriaalin tavoitteena on opetussuunnitelman perusteiden mukaisten matematiikan ja muiden oppiaineiden oppimistavoitteiden lisäksi edistää oppilaiden tietoisuutta ja arvostusta ympäristöä kohtaan. Nuorten yhteys ympäristöön on entistä vähäisempää. Omakohtainen luontokokemus voisi edistää oppilaiden arvostusta luontoa kohtaan ja edistää myös terveitä elämäntapoja luontoharrastusten kautta. Tavoitteena on saada oppilaat miettimään omaa suhdettaan luontoon.

3.2 Oppimateriaalin hyödyntäminen käytännössä

Oppimateriaalin hyödyntäminen käytännössä voi tapahtua useilla eri tavoilla. Toteutustavan valintaan vaikuttaa ainakin opetusryhmän koostumus, käytettävä aika, muut resurssit (opettajien yhteistyö, välineet), ympäristö, olosuhteet (esim. sää) ja oppiaineiden integrointiin hyödynnettävät menetelmät. Toisaalta nämä kaikki vaikuttavat toisiinsa, ja oppimateriaalin tehokas hyödyntäminen vaatii näin ollen suunnittelua. Tässä luvussa tarkastellaan, miten mainitut asiat vaikuttavat toteutukseen ja pyritään luomaan optimaalinen toteutustapa, joka tukisi matematiikan ulkona opettamista mahdollisimman monipuolisesti.

Yhden opettajan tietämys tuskin riittää oppiaineiden monipuoliseen integrointiin. Tosin aivan mahdoton tehtävä ei kuitenkaan ole, mikäli opettajan oma mielenkiinto riittää. Oppimateriaalin on tarkoitus kannustaa tutkivaan oppimiseen, jossa oppilaat voivat esittää kysymyksiä. Yksi aineenopettaja on tällöin äkkiä ongelmissa. Siispä opettajien yhteistyötä voitaneen pitää edellytyksenä oppimateriaalin hyödyntämiselle. Opettajien tulisi tehdä yhteistyötä sekä suunnittelun, toteutuksen että arvioinnin suhteen. Opettajien yhteistyö toisaalta vaatii huomattavan määrän resursseja. Uudet opetussuunnitelman perusteet edellyttävät oppilasta suorittamaan vähintään yhden monialaisen oppimiskokonaisuuden lukuvuodessa. Monialaiset oppimiskokonaisuudet edellyttävät perusteiden mukaan opettajien yhteistyötä.

Oppimateriaalin hyödyntäminen vaatii tietynlaisen ympäristön, mikä osaltaan heikentää mahdollisuuksia hyödyntää materiaalia kaikkialla. Suurien kaupunkien kouluissa ongelmaksi saattaa muodostua oppimateriaalin edellyttämän luonnollisen ympäristön etäisyys koulusta. Toisaalta juuri kaupungeissa nuoret ovat vähiten kosketuksissa ympäristöön, minkä vuoksi oppimateriaali soveltuisi erityisen hyvin myös kaupunkien kouluihin. Ainakin osalle suurten kaupunkien oppilaista ulkona luonnossa oppiminen saattaisi olla merkittävä kokemus ja näin tehostaa oppimista. Toteutus vaatii kuitenkin paljon taloudellisia ja ajallisia resursseja. Oppimiskokonaisuuden toteuttaminen leirikoulun yhteydessä voisi olla myös mahdollista.

Jatkotarkastelun kannalta jaetaan oppimiskokonaisuuden yhden osion vaiheet osiin. Ensinnäkin oppimateriaalin mukaista opetusta toteutettaessa on tarpeen suunnitella ensin opetukseen osallistuvien opettajien kesken esimerkiksi miten, missä ja milloin opetus toteutetaan. Tämän jälkeen opetus toteutetaan. Opetuksen toteutus voidaan jakaa kolmeen osaan. Ensin opettaja suunnittelee opetuksen toteutusta oppilaiden kanssa ja käy mahdollisesti läpi joitain aiheeseen liittyviä peruskäsitteitä. Tämän jälkeen toteutetaan suunnitelman mukainen opetus. Seuraavana on vuorossa koontivaihe, johon sisältyy esimerkiksi mahdollinen tulosten laskeminen ja opitun arvioiminen sekä aiheeseen liittyvien tehtävien tekeminen. Vielä tämän jälkeen opettajat arvioivat yhdessä oppilaiden suoritukset sekä oppimiskokonaisuuden osion onnistumisen. Tämän jälkeen seuraa oppimiskokonaisuuden seuraava osio, joka etenee edellä kuvatulla tavalla. Kun kaikki osiot on toteutettu, voidaan arvioida vielä oppimiskokonaisuutta kokonaisuudessaan.

Oppiaineiden integrointi on mahdollista toteuttaa useilla eri tavoilla (ks. 2.6.3). Koska toteutettavassa oppimateriaalissa pyritään siihen, että oppimisen konteksti herättää oppilaissa jatkuvasti kysymyksiä, tarvitaan eri oppiaineiden opettajia opetuksen toteutusvaiheessa. Oppiaineiden integroinnissa pyritään mahdollisimman luonnolliseen lähestymistapaan, jossa eri oppiaineiden näkökulmat vuorottelevat. Poissuljettu ei ole myöskään rastimainen opiskelu, jossa oppilaat kiertävät aineenopettajien rasteilla. Vaikka opetukseen osallistuu useiden oppiaineiden opettajia, oppimiskokonaisuudesta vastaa kuitenkin yhden oppiaineen opettaja, tämän oppimateriaalin tapauksessa matematiikan opettaja. Oppiaineiden välinen yhteistyö näkyy siis opettajien suunnittelu- ja arviointivaiheessa ja integrointi toteutusvaiheessa. Kokonaisuudessaan oppimiskokonaisuus muodostuu pääpiirteissään seuraavasti:

1. oppimiskokonaisuuden suunnittelu
2. oppimiskokonaisuuden 1. osio
   (a) oppimiskokonaisuuden osion suunnittelu
   (b) oppimiskokonaisuuden osion toteutus
      i. suunnittelu ja peruskäsitteiden läpikäynti oppilaiden kanssa
      ii. opetuksen toteutus
      iii. koonti
   (c) oppimiskokonaisuuden osion arviointi
3. oppimiskokonaisuuden 2. osio jne.
4. oppimiskokonaisuuden arviointi.

Mikään ei toisaalta estä kutakin opetukseen osallistuvaa aineenopettajaa tarkastelemaan aihetta myös itsenäisesti; oppimiskokonaisuuden ei tarvitse olla ainoastaan yhden oppiaineen "omaisuutta", vaan useat oppimiskokonaisuudet voivat jakaa keskenään oppimiskokonaisuuksien osioita. Tällöin esimerkiksi biologian opettaja voi tarkastella aihetta yhteisen toteutusvaiheen jälkeen biologian näkökulmasta vielä tarkemmin. Eri aineiden näkökulmasta tehdyt tuotokset (esim. posterit) voisivat olla mielenkiintoinen tapa lisätä monialaisuutta. Oppilaat voisivat jälkeenpäin tarkastella, mitä toisen oppiaineen oppimiskokonaisuudessa on samaan aiheeseen liittyen pohdittu. Mahdollisesti toisen oppiaineen tuotoksiin tutustuminen voisi myös olla osa oppimiskokonaisuutta.

Ulkona opettaminen sisältää usein myös sisällä tapahtuvaa opetusta. Erityisesti opetustapahtuman suunnittelu ja peruskäsitteiden läpikäynti sekä mahdollinen tulosten laskeminen ja oppimisen arviointi voi olla tehokkaampaa suorittaa luokkahuoneessa kuin ulkona. Tämä toki riippuu myös käytettävistä resursseista ja sääolosuhteista. Jos sää sallii ja käytössä on esimerkiksi mobiililaitteita, voidaan koontivaiheen toimenpiteitä mahdollisesti suorittaa jo ulkona. Joka tapauksessa opetuksen toteutusvaihe sijoittuu yleensä luokkahuoneen ulkopuolelle.

Koska kyseessä on monialainen oppimiskokonaisuus on oppimisen arviointi hankalampaa kuin perinteisessä opetuksessa. Ensinnäkin, arvioidaanko oppimiskokonaisuutta kokonaisuutena vai kutakin oppimiskokonaisuuteen kuuluvaa oppiainetta erikseen? Opetussuunnitelman perusteissa on todettu, että oppilaan tulee saada oppimiskokonaisuuden aikana palautetta työskentelystään [66, s. 31]. Lisäksi oppilaan osoittama osaaminen huomioidaan oppiainekohtaisesti. Näin ollen perusteiden mukaan oppimiskokonaisuutta ei siis arvioitaisi kokonaisuudessa ollenkaan. Toisaalta perusteissa on mainittu oppimiskokonaisuuksien arviointi myös paikallisesti päätettävänä asiana [66, s. 32]. Oppimiskokonaisuuden tavoitteena on laajempien kokonaisuuksien hahmottaminen, joten lienee tarpeen arvioida oppimiskokonaisuutta kokonaisuudessaan. Miten laajaa kokonaisuutta sitten tulisi arvioida?

Tietyllä oppiaineella on aina päävastuu oppimiskokonaisuudesta. Näin ollen kyseinen oppiaineen tulisi myös olla arvioinnissa keskeisessä roolissa. Toteutettavassa oppimateriaalissa erityisesti matematiikan taitojen hyödyntäminen on tärkeää. Niiden arviointi perustuu opettajan tekemiin havaintoihin oppilaiden työskentelystä. Arvioinnissa on kuitenkin tarpeen huomioida poikkeava oppimisympäristö sekä mahdollisesti aivan uudenlaisten taitojen käyttäminen. Tärkeämpää taitojen hallitsemisen sijaan on se, että yrittää parhaansa. Matematiikan perinteisempi tietämys tulee esille oppimateriaalin sisältämiä tehtäviä ratkoessa. Toki niidenkin suhteen on huomioitava tavallisesta poikkeava konteksti. Oppilaan arvioinnissa tulee kiinnittää huomiota kykyyn soveltaa matematiikkaa poikkeavassa kontekstissa. Opettajan tulee tuntea oppilaansa – tällöin opettaja voi arvioida kontekstin merkitystä. Oppiainekohtaisten tietojen ja taitojen soveltamisen lisäksi oppilaan kokonaiskäsityksen tulisi laajentua. Kokonaiskäsitystä on mahdollista kartoittaa esimerkiksi ajatuskartalla. Opetuksen koontivaiheessa oppilaan tehtävänä voisi olla ajatuskartan tekeminen. Toinen vaihtoehto voisi olla lyhyen oppimiskokonaisuutta käsittelevän tekstin kirjoittaminen. Näin tulisi samalla harjoiteltua raportointitaitoja.

3.3 Oppimateriaalin sisältö

Oppimateriaalin toteuttamista varten on tarpeen määrittää oppimateriaalin tarkka rakenne. Rakenteessa pyritään luomaan sellainen, että se on helposti sekä opettajien että oppilaiden käytettävissä. Tässä alaluvussa on rakenteen lisäksi esitetty kunkin oppimiskokonaisuuden osion sisältämä matemaattinen teoria.

Oppimateriaali koostuu sekä oppimiskokonaisuuden yleisestä rakenteesta että oppimiskokonaisuuden kunkin osion rakenteesta. Erityisesti osioiden rakenteen tulisi noudattaa samaa kaavaa, jotta oppimateriaali olisi selkeä ja sitä olisi helppo käyttää. Kunkin osion rakenne tulee olemaan seuraavanlainen:

- aiheen nimi

    1. aiheen esittely

2. oppimistavoitteet
3. keskeiset sisällöt
4. integroitavat oppiaineet
5. tarvittavat välineet
6. oppimisympäristö
7. arvioitu kesto
8. toteutus
9. tehtäviä.

Aiheen esittelyssä kerrotaan lyhyesti hieman aiheen sisällöstä ja taustasta. Tavoitteena on vastata erityisesti siihen, miksi aihe on mielenkiintoinen. Oppimistavoitteissa pyritään esittämään erityisesti matematiikan oppisisältöjä, jotka oppilaan tulisi hallita oppimiskokonaisuuden jälkeen. Oppimistavoitteet ovat yhteydessä opetussuunnitelman perusteisiin. Keskeisissä sisällöissä on listattu aiheita, joiden kautta oppimistavoitteisiin pyritään. Lisäksi listataan aiheessa integroituvat oppiaineet.

Seuraavassa oppimateriaalin kohdassa listataan toteutuksessa ja mahdollisesti tehtävissä tarvittavia välineitä. Välineet voivat liittyä esimerkiksi mittaamiseen ja muistiinpanojen tekemiseen. Oppimisympäristön määrittely on tärkeä osa, sillä oppimateriaalin tavoitteena on, että oppilaissa herää ympäristöön liittyviä monialaisia kysymyksiä ja toisaalta myös kunnioitus ympäristöä kohtaan. Näin ollen oppimisympäristö ei voi olla mikä tahansa; koulun piha eroaa luonnonvaraisesta metsästä hyvin paljon useiden koulujen kohdalla. Suuntaa antava ajallinen kesto pyritään myös esittämään.

Toteutuksessa pyritään esittämään vaihe vaiheelta aiheen eteneminen. Toteutus sisältää ohjeita liittyen ennen kenttätyöskentelyä läpikäytäviin asioihin, kenttätyöskentelyn ohjeet ja esimerkit ja viittauksia tai kysymyksiä, jotka tukevat monialaisuutta. Toteutuksessa hyödynnetään ainakin opettajajohtoista luennointia, kyselevää opetusta ja oppilaiden ryhmä- että yksilötyöskentelyä. Toteutus on joka tapauksessa hyvin aktiivista, ja opettajan luennointi keskittyy pääasiassa aiheen esittelyyn ja toimintaohjeiden selittämiseen. Muilta osin opettaja (opettajat) toimii pääasiassa sivusta seuraten, kuitenkin avustaen oppilaita tarpeen mukaan. Toimintaohjeiden tulee olla riittävän selkeät ja yksiselitteiset, jotta oppilaat kykenevät itsenäiseen työskentelyyn. Toteutuksen kannalta on tärkeää, että opettaja (opettajat) ottaa aina välillä aktiivisemman roolin. Tämä tarkoittaa esimerkiksi sitä, että opettaja (opettajat) harjoittaa kyselevää opetusta tai antaa lisäohjeita tarpeen mukaan.

Kunkin osion viimeinen kohta sisältää aiheeseen liittyviä tehtäviä. Tehtävät ovat matematiikan tehtäviä. Riippuen resursseista tehtäviä voidaan tehdä joko kenttätyöskentelyn yhteydessä ja/tai luokkahuoneessa. Mahdollista on myös, että tehtäviä käydään välillä tekemässä luokkahuoneessa ja kenttätyöskentelyyn palataan vielä esimerkiksi kokeilemaan erilaista mittausmenetelmää.

3.4 Matemaattinen teoria

Tässä luvussa on esitetty oppimateriaalin matemaattinen teoria. Oppimateriaalissa oletetaan peruslaskutoimitusten (yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolasku, potenssi, neliöjuuri) sekä muiden matemaattisten operaatioiden, kuten pyöristämisen ja yksikkömuunnosten, olevan tuttuja, joten niitä ei käsitellä tässä luvussa. Matemaattisen teorian lisäksi tässä luvussa on esitetty muutamia fysiikan suureita, joita käytetään oppimateriaalissa. Koska oppimateriaalin 3. osion Luonnon matematiikkaa -ryhmätöiden tarkoitus on käsitellä aiheita ainoastaan kvalitatiivisesti, ei niiden teoriaa ole tässä luvussa esitetty.

Otantatutkimus
Otantatutkimus on tilastollinen menetelmä tietojen hankkimiseen, kun koko populaatiota ei voida tai haluta tutkia. Otannassa tuotetaan tietoja koko populaatiosta tutkimalla vain osa (otos) koko joukosta (populaatio). Kokonaistutkimuksella sen sijaan tarkoitetaan koko populaation tutkimista. [73, s. 8]

Otantatutkimukseen läheisesti liittyviä peruskäsitteitä ovat havaintoyksikkö, populaatio, otos, otantamenetelmä, muuttuja ja muuttujan arvo. Havaintoyksiköllä tarkoitetaan tutkimuksen kohteena olevia perusyksikköjä. Muuttuja on jokin havaintoyksikön ominaisuus, jota tutkimuksessa halutaan tarkastella. Muuttujan arvoa mitataan, ja se voi vaihdella havaintoyksiköiden kesken. Populaatiolla eli perusjoukolla tarkoitetaan kaikkien tutkimuksen kohteena olevien havaintoyksiköiden joukkoa. Otantamenetelmien avulla valitaan populaatiosta otos, jonka avulla pyritään muodostamaan koko populaatiota koskevia päätelmiä. [73, s. 6, 10]

Taimikon inventoinnissa käytetään yleisesti ympyräkoealaa, jolta mitataan taimien lukumäärä. Otantamenetelmänä käytetään systemaattista otantaa (ks. [74, s 9-12]). Mitattavat koealat valitaan ennalta määrätyiltä linjoilta (systemaattinen linjaotanta, eng. systematic line-intercept sampling). Koealojen valinnan tavoitteena on kuvata mahdollisimman hyvin koko kuviolle ominaisia piirteitä, mutta toisaalta myös minimoida mittaamiseen kuluva aika. Inventoinnissa koeala on havaintoyksikkö ja taimien lukumäärä muuttuja. Populaation muodostavat tarkasteltavan metsikkökuvion kaikki koealat. [81, s. 161, 302, 308]

Systemaattisella otannalla tutkitaan populaatioita, joiden havaintoyksiköt ovat jonkin tutkittaviin muuttujiin vaikuttamattoman ominaisuuden suhteen valmiissa järjestyksessä. Tällainen voi olla esimerkiksi aakkosjärjestys tai asiakasjono. Systemaattista otantaa hyödyntäessä muodostetaan ensimmäiseksi kehikko, joka on esimerkiksi populaatiota kuvaava kartta tai luettelo, jonka perusteella otos valitaan. Seuraavaksi lasketaan otantaväli $k = \frac{n}{N}$, jossa N on koko populaation koko ja n otoskoko. Lopullinen otanta voidaan toteuttaa joko poimimalla satunnaisesti k:n ensimmäisen otantayksikön joukosta yksi ja siitä eteenpäin joka k:s yksikkö tai valitsemalla satunnaisesti yksi otantayksikkö kehikosta ja siitä lähtien eteen ja taaksepäin joka k:s otantayksikkö. [73, s. 13]

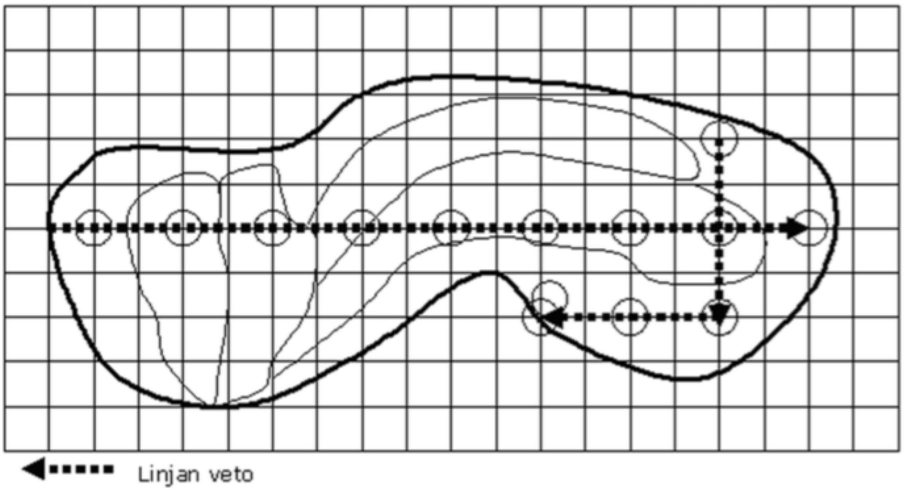
Inventoinnissa systemaattinen linjaotanta toteutetaan käytännössä seuraavasti [74, s. 11]:

1. Määritetään mitattavan metsikkökuvion pisimmän halkaisijan muodostama keskilinja. Koealat mitataan tältä linjalta.
2. Koealaväli määritetään metsikkökuvion pinta-alan perusteella taulukosta 3.1. Koealojen vähimmäismäärä on kuitenkin viisi kappaletta.
3. Ensimmäinen koealaväli sijoitetaan puolen koealavälin päähän linjan lähtöpisteestä.
4. Linjalta mitataan koealat koealavälein.
5. Mikäli on syytä epäillä, että taimikko ei täytä lakien edellytyksiä, jatketaan mittauksia.
6. Keskilinjalta arvotaan koeala, jonka kohdalta mitataan keskilinjan kanssa kohtisuoraan olevalta koealalinjalta koealat. Myös kohtisuoran linjan koealoista arvotaan yksi, jonka kohdalta mitataan keskilinjan suuntainen koealalinja.
7. Lisälinjoja mitataan niin pitkään, että mittaustulos vakioituu joko hyväksyttäväksi tai hylättäväksi.

Menetelmä on esitetty kuvassa 3.1 (s. 95). Jos tarkasteltava metsikkökuvio on erityisen selkeä, voidaan koealojen mittaus suorittaa myös edustavista maaston kohdista tai arvioida silmävaraisesti [74, s. 12].

Taulukko 3.1 *Koealaväli vaihtelee kuvion pinta-alan mukaan [74, s. 12].*

Kuvion pinta-ala (ha)	Linja- ja koealaväli (m)
<1,0	25
1,0 - 2,0	30
2,1 - 3,0	35
3,1 - 4,0	40
4,1 - 6,0	45
>6,0	50



Kuva 3.1 *Koealojen sijoittuminen keskilinjalle ja täydentäville koealalinjoille [74, s. 12].*

Aritmeettinen keskiarvo

Määritelmä 1. [54, s. 51-52] Lukujen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ aritmeettinen keskiarvo $\bar{x}$ on lukujen summa jaettuna lukujen lukumäärällä n:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}. \tag{3.1}$$

Aritmeettinen keskiarvo on yleisesti käytetty ja hyödyllinen keskiluku, jolla kuvataan aineiston keskikohtaa.

Funktio ja käänteisfunktio

Yksi matematiikan keskeisimmistä käsitteistä on funktio eli kuvaus [138, s. 63]. Seuraavassa on määritelty sekä funktio että käänteisfunktio.

Määritelmä 2. [138, s. 64] Olkoon joukot $A \neq 0$ ja $B \neq 0$. Kuvaus eli funktio $f : A \to B$ on sääntö, joka liittää jokaiseen joukon A alkioon täsmälleen yhden joukon B alkion $f(a)$. Alkiota $f(a) \in B$ kutsutaan funktion f arvoksi pisteessä a. Joukkoa A kutsutaan funktion f määrittely- tai lähtöjoukoksi ja joukkoa B maalijoukoksi.

Määritelmä 3. [138, s. 80] Olkoon $f : A \to B$ kuvaus. Kuvaus $g : B \to A$ on funktion f käänteiskuvaus, jos

$$\forall\, b \in B : f(g(b)) = b \tag{3.2}$$

ja

$$\forall\, a \in A : g(f(a)) = a. \tag{3.3}$$

Ympyrä

Seuraavassa on määritelty ympyrä, joka on geometrinen olio. Lisäksi on esitetty ympyrää kuvaava yhtälö sekä johdettu tästä reaalianalyysin avulla ympyrän pinta-ala.

Määritelmä 4. [125, s. A16-A17] Ympyrä on kaikkien etäisyydellä r keskipisteestä $C(h,k)$ sijaitsevien pisteiden $P(x,y)$ joukko. Piste P on ympyrän piste, jos ja vain jos $|PC| = r$. Ympyrän kehäpisteen ja keskipisteen koordinaateille sekä säteelle pätee seuraava yhtälö:

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2. \tag{3.4}$$

Erityisesti origokeskiselle ympyrälle ($C(h,k) = (0,0)$) pätee seuraava yksinkertaisempi yhtälö:

$$x^2 + y^2 = r^2. \tag{3.5}$$

Lause 1. [141] Olkoon ympyrän säde r. Ympyrän pinta-alalle A pätee seuraava:

$$A = \pi r^2. \tag{3.6}$$

Ympyrän pinta-ala voidaan johtaa joko geometrisesti tai reaalianalyysin avulla.

Todistus. [121, s. 1-2] Tarkastellaan origokeskistä ympyrää. Ympyrän yhtälö 3.5 voidaan ratkaista muuttujan y suhteen seuraavasti:

$$x^2 + y^2 = r^2 \tag{3.7}$$

$$y^2 = r^2 - x^2 \tag{3.8}$$

$$y = \pm\sqrt{r^2 - x^2}. \tag{3.9}$$

Tämä voidaan tulkita siten, että ympyrä muodostuu kahdesta puoliympyrän kaaresta $\sqrt{r^2 - x^2}$ ja $-\sqrt{r^2 - x^2}$ välillä $x = -r$ ja $x = r$. Ympyrän pinta-ala on kaksinkertainen puoliympyrän pinta-alaan nähden, joten riittää, että huomioidaan vain x-akselin yläpuolelle jäävä pinta-ala kaksinkertaisena. Ympyrän pinta-ala voidaan esittää näin ollen seuraavan määrätyn integraalin avulla:

$$\int_{-r}^{r} 2\sqrt{r^2 - x^2}\,\mathrm{d}x. \tag{3.10}$$

Tehdään integraaliin sijoitus $x = r\,\sin\theta$. Tällöin $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\theta} = r\,\cos\theta$, ja sijoitussäännön perusteella saadaan:

$$\int_{-r}^{r} 2\sqrt{r^2 - x^2}\,\mathrm{d}x = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2\sqrt{r^2 - r^2(\sin\theta)^2} \cdot (r\,\cos\theta)\,\mathrm{d}\theta \tag{3.11}$$

$$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2r^2(\cos\theta)^2\,\mathrm{d}\theta \tag{3.12}$$

$$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2r^2\frac{\cos 2\theta + 1}{2}\mathrm{d}\theta \tag{3.13}$$

$$= r^2\left(\frac{\sin 2\theta}{2} + \theta\right)\Bigg|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \tag{3.14}$$

$$= \pi r^2. \tag{3.15}$$

Tiheys

Tiheys on jonkin esineen tai asian määrä tiettyä yksikköä, kuten pituutta, pinta-alaa tai tilavuutta, kohden. Luonnonvaroja kartoittaessa, ekologian tutkimustyössä, tiheydellä viitataan yleensä eliöiden määrään tiettyä pinta-alaa kohden. Tiheys kuvaa yksilöiden läheisyyttä toisiinsa nähden. [114]

Määritelmä 5. [114] Olkoon pinta-alaa A kohti N yksilöä. Tällöin tiheys ρ_N saadaan seuraavasti:

$$\rho_N = \frac{N}{A}. \tag{3.16}$$

Tiheyden yksikkönä käytetään esimerkiksi seuraavia: $kasvia/m^2$ ja $tainta/ha$. Tiheyttä kutsutaan myös runkoluvuksi, ja se voidaan laskea mitattujen koealojen keskiarvon $\hat{t}$ ja koealakertoimen n avulla [74, s. 19]. Koealakerroin kuvaa yleensä yhdelle hehtaarille mahtuvien koealojen lukumäärää.

Määritelmä 6. [80] Koealakerroin n määritellään kuvion pinta-alan A ja koealan pinta-alan A_k suhteena seuraavasti:

$$k = \frac{A}{A_k}. \tag{3.17}$$

Määritelmä 7. [74, s. 19] Olkoon kuvion pinta-ala A, koealan pinta-ala A_k ja koealojen keskiarvo $\hat{t}$. Tällöin tiheys (runkoluku) ρ saadaan seuraavasti:

$$\rho = n\hat{t} = \frac{A}{A_k} \cdot \hat{t}. \tag{3.18}$$

Vertailuprosentti

Vertailuprosentti eli suhteellinen muutos kuvaa kahden luvun suuruuseroa prosentteina. Vertailuprosentilla verrataan lukujen välistä positiivista erotusta eli itseisarvoa suhteessa toiseen lukuun, jota kutsutaan perus- tai vertailuarvoksi. Lukujen välistä erotusta kutsutaan myös absoluuttiseksi erotukseksi. Vertailuprosentti eroaa muutosprosentista siten, että vertailtavien arvojen järjestyksellä ei ole merkitystä. Vertailuprosentti vastaa esimerkiksi kysymykseen: ”kuinka monta prosenttia luku a on suurempi/pienempi kuin luku b?”. Sanan ”kuin” jälkeen tulevaa lukua pidetään vertailuprosenttia laskiessa perusarvona. [134, 147]

Määritelmä 8. [147] Kahden luvun x ja y absoluuttinen erotus lasketaan seuraavasti:

$$absoluuttinen\ erotus = |x - y|. \tag{3.19}$$

Määritelmä 9. [147] [10, s. 5] Kahden luvun x ja $x_{perusarvo}$ vertailuprosentti (suhteellinen muutos) lasketaan seuraavasti:

$$vertailuprosentti = \frac{absoluuttinen\ erotus}{perusarvon\ itseisarvo} \cdot 100\,\% = \frac{|x - x_{perusarvo}|}{|x_{perusarvo}|} \cdot 100\,\%. \tag{3.20}$$

Määritelmä on voimassa kaikilla $x_{perusarvo} \neq 0$.

Energiatiheys

Energiatiheys kuvaa esimerkiksi jonkin aineen energiaa suhteessa massaan tai tilavuuteen, riippuen aineen olomuodosta. Ruuan energiatiheys kuvaa ruuan energiasisältöä tiettyä määrää kyseistä ruoka-ainetta kohti. Määrää voidaan ilmaista joko massan tai tilavuuden avulla. Energiatiheys määritellään energian ja massan (tai tilavuuden) suhteena. [149]

Määritelmä 10. [149] Energiatiheys D on energian E ja massan m tai tilavuuden V suhde:

$$D = \frac{E}{m} \tag{3.21}$$

ja vastaavasti tilavuuden V kohdalla:

$$D = \frac{E}{V}. \tag{3.22}$$

Yleisesti käytettyjä energian yksikköjä ovat $kcal$ ja kJ. Massan ja tilavuuden yksikköinä käytetään yleensä $100\,g$ tai $100\,ml$. Elintarvikkeissa ilmoitetut energiatiheydet ovat yleensä näiden yhdistelmiä, esimerkiksi $\frac{kcal}{100\,g}$.

Nopeus

Nopeus kuvaa kappaleen etenemistä. Nopeus voi olla joko skalaari- tai vektorisuure riippuen koordinaatistosta ja siitä, miten se halutaan määritellä [28, s. 16, 62-66]. Rajataan tässä yhteydessä tarkastelu yksiulotteiseen koordinaatistoon ja skalaarinopeuteen. Tarkastellaan lisäksi ainoastaan keskimääräistä nopeutta.

Määritelmä 11. [28, s. 16] Keskimääräinen nopeus määritellään kuljetun matkan s ja matkaan kuluneen ajan t avulla seuraavasti:

$$v = \frac{s}{t}. \tag{3.23}$$

Nopeuden yksikkönä käytetään yleisesti $\frac{m}{s}$ ja $\frac{km}{h}$.

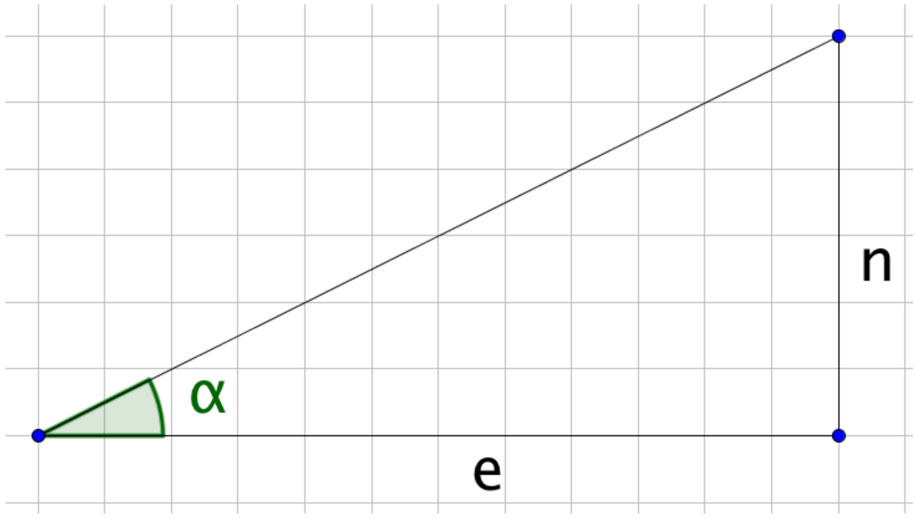
Kaltevuus

Kaltevuus kuvaa esimerkiksi mäen tai portaiden nousun määrää suhteessa edettyyn matkaan. Kaltevuuden ilmaisemiseen käytetään yleisesti kolmea erilaista merkintää: kaltevuuden suhdelukua, kaltevuusprosenttia ja kaltevuuskulmaa. [31, s. 49-51]

Kuvassa 3.2 (s. 100) on esitetty kaltevuuden määritelmän kannalta oleelliset nousu n ja etenemä e sekä kaltevuuskulma α. Kaltevuuskulman määrittämistä varten tarvitaan tangenttia ja sen käänteisfunktiota, jotka ovat trigonometrisia funktioita.

Määritelmä 12. [31, s. 51] Kaltevuuden suhdeluku k määritellään pystysuoran nousun n ja vaakasuoran etenemän e suhteena:

$$k = \frac{n}{e}. \tag{3.24}$$



Kuva 3.2 *Kaltevuuskulma α etenemän e ja nousun n avulla.*

Kaltevuuden suhdeluku k on yksikötön suure. Esimerkiksi $k = 1 : 5 = 0{,}2$ voidaan ilmaista seuraavasti: ”viiden metrin etenemää vastaa yhden metrin nousu”.

Määritelmä 13. [31, s. 51] Kaltevuusprosentti $k\%$ määritellään samoin tavoin kuin kaltevuuden suhdeluku, mutta suhde muutetaan prosenteiksi:

$$k\% = \frac{n}{e} \cdot 100\,\% = k \cdot 100\,\%. \tag{3.25}$$

Kaltevuusprosenttia käytettään erityisesti teiden kaltevuuksia ilmoittaessa.

Määritelmä 14. [127, s. 359] Kulman α tangentti määritellään kulman vastaisen sivun ja viereisen sivun avulla seuraavasti:

$$\tan\alpha = \frac{\textit{kulman vastainen sivu}}{\textit{kulman viereinen sivu}}. \tag{3.26}$$

Määritelmä 15. [127, s. 488] Tangetin käänteisfunktio arkustangentti (arctan) määritellään seuraavasti: kaikille $x \in \mathbb{R}^2$ ja $y \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ pätee

$$y = \arctan x \Leftrightarrow x = \tan y. \tag{3.27}$$

Määritelmä 16. [31, s. 51] Kaltevuuskulman α vastainen sivu on nousu n ja viereinen sivu on etenemä e. Kaltevuuskulma voidaan siis määrittää kulman α tangentin käänteisfunktion arctan avulla seuraavasti:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{n}{e}\right). \tag{3.28}$$

Yhdenmuotoisuus:
Geometrinen kuvio on yhdenmuotoinen suurennoksen ja pienennöksensä kanssa. Uusi kuvio on samannäköinen kuin alkuperäinen; niillä on sama muoto, mutta eri koko. [137, s. 51]

Määritelmä 17. [51] Kuvaus $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ on yhdenmuotoisuuskuvaus, jos on olemassa sellainen $\lambda > 0$, että kaikilla $x, y \in \mathbb{R}^2$ pätee

$$|f(x) - f(y)| = \lambda|x - y|. \tag{3.29}$$

Homotetia on yhdenmuotoisuuskuvaus, joka kuvaa kuvion yhdenmuotoiseksi kuvioksi, esimerkiksi kolmiot yhdenmuotoisiksi kolmioiksi [30].

Määritelmä 18. [51] Tason homotetia pisteen a suhteen skaalauksella $\lambda \neq 0$ on yhdenmuotoisuuskuvaus $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, jos kuvaukselle pätee

$$f(x) = a + \lambda(x - a). \tag{3.30}$$

Skaalauskerrointa λ kutsutaan homotetiasuhteeksi (myös yhdenmuotoisuussuhde, mittakaava), ja se kuvaa kuvion ja skaalatun kuvion kokoeroa.

Määritelmä 19. [137, s. 51-52] Kahden yhdenmuotoisen kuvion perusominaisuudet ovat:

1) vastinjanojen suhteet ovat yhtä suuria ja
2) vastinkulmat ovat yhtä suuria.

Tästä seuraa, että yhdenmuotoisten kuvioiden vastinjanat ovat verrannolliset, ja niistä voidaan muodostaa verranto [137, s. 49-52]. Olkoon a ja b kuvion janoja ja a' ja b' sen kanssa yhdenmuotoisen kuvion vastinsivuja. Tällöin vastinjanojen yhtäsuuruuden perusteella voidaan muodostaa seuraava verranto:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}. \tag{3.31}$$

Verrannossa ns. keskimmäisten janojen (edellä a' ja b) järjestystä voidaan vaihtaa.

Mittakaava
Mittakaavalla kuvataan kahden yhdenmuotoisen kuvion kokoeroa. Mittakaavaa käy-

tetään esimerkiksi teknisissä piirustuksissa ja kartoissa, koska kuvion piirtäminen todellisessa koossa ei ole mahdollista sen suuren tai pienen koon takia. Pienentäminen ja suurentaminen ovat yhdenmuotoisuuskuvauksia, ja niissä kuvion koko muuttuu, mutta muoto säilyy. [133]

Määritelmä 20. [133] Mittakaava k on yhdenmuotoisten kuvioiden vastinsivujen suhde.

Mittakaavaa kutsutaan myös yhdenmuotoisuussuhteeksi [137, s. 51]. Olkoon todellisen kohteen jana a, ja sen kanssa yhdenmuotoisen kuvion vastinjana pienennöksessä a'. Tällöin pienennöksen mittakaava k saadaan seuraavasti:

$$k = \frac{a'}{a}. \tag{3.32}$$

Mittakaavan jakolasku ilmaistaan usein kaksoispisteen avulla. Esimerkiksi kartan mittakaava voisi olla $k = 1 : 50000$.

Sinilause:

Sinilausetta voidaan käyttää kolmion ratkaisemiseen silloinkin, kun kolmio ei ole suorakulmainen. Sinilausetta voidaan käyttää joko kolmion kulman tai sen vastaisen sivun määrittämiseen, kun toinen näistä sekä lisäksi jokin toinen kolmion kulma ja sen vastainen sivu tunnetaan.

Määritelmä 21. [127, s. 359] Kulman α sini määritellään kulman vastaisen sivun ja kolmion hypotenuusan avulla seuraavasti:

$$\sin\alpha = \frac{\textit{kulman vastainen sivu}}{\textit{kolmion hypotenuusa}}. \tag{3.33}$$

Lause 2. [150] Kulman θ ja sen suplementtikulman $\pi - \theta$ sinit ovat yhtä suuria:

$$\sin(\pi - \theta) = \sin\theta. \tag{3.34}$$

Todistus. Sivuutetaan todistus. Kyseinen trigonometrinen identiteetti on helposti todennettavissa yksikköympyrän avulla.

Lause 3. [127, s. 502-503] Olkoon kolmion kulmat α, β ja γ ja niiden vastaiset sivut vastaavasti a, b ja c. Tällöin pätee seuraava:

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}. \tag{3.35}$$

Todistus. [126, s. 896-898] Sinilauseen todistaminen voidaan jakaa kolmeen osaan kolmion kulmien suuruuden mukaan. Suorakulmainen kolmio on selvä tapaus, joten sivuutetaan sinilauseen todistaminen sen kohdalla.

Tarkastellaan ensin teräväkulmaista kolmiota (ks. kuva 3.5, s. 104). Piirretään kolmioon korkeusjana d (ks. kuva 3.3, s. 104). Nyt sinin määritelmän mukaan kulmalle α pätee seuraava:

$$\sin\alpha = \frac{d}{c} \quad | \cdot c \tag{3.36}$$

$$d = c\,\sin\alpha \tag{3.37}$$

ja vastaavasti kulmalle γ pätee seuraava:

$$\sin\gamma = \frac{d}{a} \quad | \cdot a \tag{3.38}$$

$$d = a\,\sin\gamma. \tag{3.39}$$

Nyt yhtälöiden 3.37 ja 3.39 avulla saadaan:

$$d = c\,\sin\alpha = a\,\sin\gamma \quad | : ac \tag{3.40}$$

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\gamma}{c}. \tag{3.41}$$

Piirretään kolmioon toinen korkeusjana d' (ks. kuva 3.4, s. 104). Nyt sinin määritelmän mukaan kulmalle β pätee seuraava:

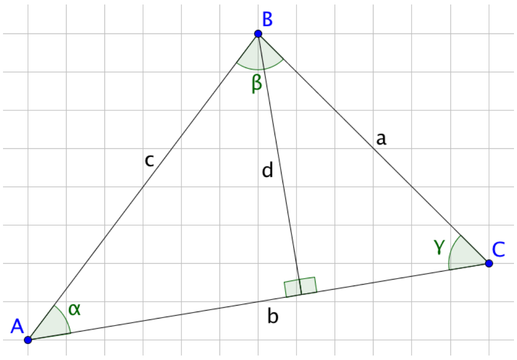
$$\sin\beta = \frac{d'}{c} \quad | \cdot c \tag{3.42}$$

$$d' = c\,\sin\beta \tag{3.43}$$

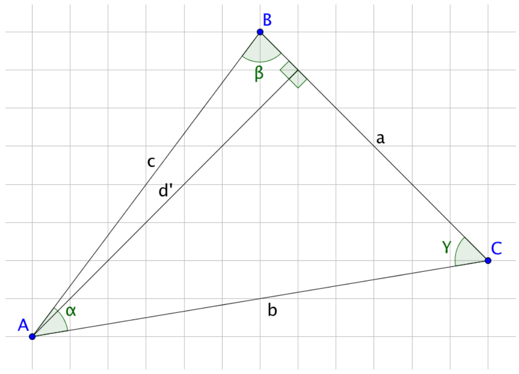
ja vastaavasti kulmalle γ pätee seuraava:

$$\sin\gamma = \frac{d'}{b} \quad | \cdot b \tag{3.44}$$

$$d' = b\,\sin\gamma. \tag{3.45}$$



Kuva 3.3 *Korkeusjana d.*



Kuva 3.4 *Korkeusjana d'.*

Kuva 3.5 *Teräväkulmainen kolmio ABC.*

Nyt yhtälöiden 3.43 ja 3.45 avulla saadaan:

$$d' = c\,\sin\beta = b\,\sin\gamma \quad |:bc \tag{3.46}$$

$$\frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}. \tag{3.47}$$

Nyt yhtälöiden 3.41 ja 3.47 avulla saadaan sinilause:

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}. \tag{3.48}$$

Todistetaan sinilause tylppäkulmaiselle kolmiolle (ks. kuva 3.8, s. 106). Piirretään kolmioon korkeusjana d (ks. kuva 3.6, s. 106). Nyt sinin määritelmän mukaan kulmalle β pätee seuraava:

$$\sin\beta = \frac{d}{c} \quad |\cdot c \tag{3.49}$$

$$d = c\,\sin\beta \tag{3.50}$$

ja vastaavasti kulmalle γ pätee seuraava:

$$\sin\gamma = \frac{d}{b} \quad |\cdot b \tag{3.51}$$

$$d = b\,\sin\gamma. \tag{3.52}$$

Nyt yhtälöiden 3.50 ja 3.52 avulla saadaan:

$$d = c\,\sin\beta = b\,\sin\gamma \quad |:bc \tag{3.53}$$
$$\frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}. \tag{3.54}$$

Piirretään kolmioon toinen korkeusjana d' (ks. kuva 3.7, s. 106). Nyt sinin määritelmän mukaan kulmalle γ pätee seuraava:

$$\sin\gamma = \frac{d'}{a} \quad |\cdot a \tag{3.55}$$
$$d' = a\,\sin\gamma \tag{3.56}$$

ja vastaavasti kulman α suplementtikulmalle α' pätee seuraava:

$$\sin\alpha' = \frac{d'}{c} \quad |\cdot c \tag{3.57}$$
$$d' = c\,\sin\alpha'. \tag{3.58}$$

Koska kulmat α ja α' ovat toistensa komplementtikulmia, niiden sinit ovat yhtä suuret, eli:

$$\sin\alpha = \sin\alpha' \tag{3.59}$$

ja näin ollen yhtälö 3.58 saadaan seuraavaan muotoon:

$$d' = c\,\sin\alpha. \tag{3.60}$$

Nyt yhtälöiden 3.56 ja 3.60 avulla saadaan:

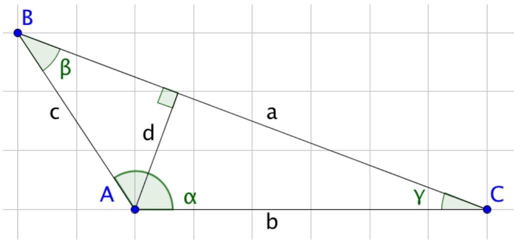
$$d' = a\,\sin\gamma = c\,\sin\alpha \quad |:ac \tag{3.61}$$
$$\frac{\sin\gamma}{c} = \frac{\sin\alpha}{a}. \tag{3.62}$$

Nyt yhtälöiden 3.54 ja 3.62 avulla saadaan sinilause:

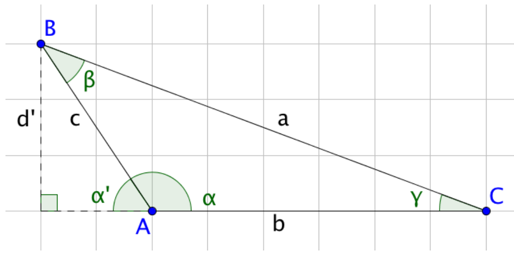
$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}. \tag{3.63}$$

Tilastollinen riippuvuus

Tieteellisessä tutkimuksessa pidetään yleisesti mielenkiintoisina ja tärkeinä ilmiötä



Kuva 3.6 *Korkeusjana d.*



Kuva 3.7 *Korkeusjana d′.*

Kuva 3.8 *Tylppäkulmainen kolmio ABC.*

kuvaavien tekijöiden tai muuttujien välisiä riippuvuuksia. Kahden muuttujan välistä tilastollista riippuvuutta kutsutaan korrelaatioksi, ja korrelaation voimakkuutta kuvaavia tilastollisia tunnuslukuja korrelaatiokertoimiksi. Kahden muuttujan välisestä riippuvuudesta halutaan usein luoda myös ns. regressiomalli, joka kuvaa jonkin ns. selitettävän muuttujan tilastollista riippuvuutta jostakin toisesta muuttujasta, jota kutsutaan ns. selittäväksi muuttujaksi. [53, s. 240]

Lähtökohtana kahden tai useamman muuttujan riippuvuuden kuvaamiselle voidaan pitää tutustumista havaintoarvojen jakaumaan. Näin voidaan tehdä esimerkiksi graafisilla esityksillä, kuten esimerkiksi pistediagrammilla, mutta myös havaintoarvojen jakauman ominaisuuksia kuvaavilla otostunnusluvuilla, kuten esimerkiksi otoskeskiarvolla. Muuttujakohtaiset otostunnusluvut eivät kuitenkaan kuvaa muuttujien välisiä riippuvuuksia, vaan niitä voidaan tarkastella sopivasti valitulla korrelaation mitalla. Pearsonin otoskorrelaatiokerrointa käytetään välimatka- ja suhdeasteikollisille muuttujille. [53, s. 241]

Pistediagrammi soveltuu kahden järjestys-, välimatka- tai suhdeasteikollisen muuttujan x ja y havainnollistamiseen. Muuttujien x ja y arvojen samaan havaintoyksikköön kuuluvien parien (x_i, t_i) muodostama havaintoaineisto voidaan esittää graafisesti pistediagrammilla. Olkoot $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ja $y_1, y_2, \ldots, y_n$ välimatka- tai suhdeasteikollisen muuttujien x ja y havaittuja arvoja. Pistediagrammi saadaan esittämällä parien muodostamat lukuparit $(x_i, y_i), i = 1, 2, \ldots, n$ pisteinä avaruudessa $\mathbb{R}^2$. [53, s. 241-242]

Pearsonin otoskorrelaatiokerroin eli otoskorrelaation r_{xy} kuvaa kahden muuttujan x ja y havaintoarvojen tilastollisen riippuvuuden voimakkuutta. Otoskorrelaatio lasketaan jakamalla x- ja y-havaintoarvojen otoskovarianssi s_{xy} x- ja y-havaintoarvojen keskihajonnoilla s_x ja s_y. Keskihajontojen ja otoskovarianssin laskemiseksi tarvitaan x- ja y-havaintoarvojen aritmeettisia keskiarvoja. Korrelaatiokertoimen merkki ja suuruus voidaan arvioida silmämääräisesti myös pistediagrammin avulla. [53, s. 249-250]

Määritelmä 22. [53, s. 247] Havaintoarvojen keskihajonta s_x kuvaa havaintoarvojen hajaantuneisuutta tai toisaalta keskittyneisyyttä havaintoarvojen aritmeettisen keskiarvon suhteen, ja se määritellään x-havaintoarvoille $x_1, x_2, \ldots, x_n$ seuraavasti:

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \tag{3.64}$$

ja vastaavasti y-havaintoarvoille $y_1, y_2, \ldots, y_n$ seuraavasti:

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}. \tag{3.65}$$

Määritelmissä $\hat{x}$ ja $\hat{y}$ ovat x- ja y-havaintoarvojen aritmeettisia keskiarvoja.

Määritelmä 23. [53, s. 248] Havaintoarvojen x ja y otoskovarianssi s_{xy} kuvaa x- ja y-havaintoarvojen yhteisvaihtelua niiden aritmeettisten keski-arvojen $\bar{x}$ ja $\bar{y}$ ympärillä, ja se määritellään seuraavasti x- ja y-havaintoarvojen lukupareille $(x_i, y_i), i = 1, 2, \ldots, n$:

$$s_{xy} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}). \tag{3.66}$$

Mitä suurempi on kovarianssin itseiasrvo $|s_{xy}$ sitä voimakkaampaa on havaintoarvojen yhteisvaihtelu.

Määritelmä 24. [53, s.249-250] Havaintoarvojen pareista $(x_i, y_i), i = 1, 2, \ldots, n$ laskettu Pearsonin otoskorrelaatiokerroin on:

$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}. \tag{3.67}$$

Otoskorrelaatiokertoimelle pätee $|r_{xy}| \leq 1$. Otoskorrelaation suuruudesta voidaan päätellä havaintoarvojen lineaarisen riippuvuuden voimakkuutta. Jos $r_{xy} = \pm 1$ kaikki havaintopisteet asettuvat samalle suoralle ja puhutaan eksaktista riippuvuudesta. Jos $r_{xy} = 0$, niin havaintoarvojen välillä ei voilla eksaktia lineaarista riippuvuutta. Mutta tässä tapauksessa havaintoarvojen välillä voi kuitenkin olla jopa eksakti epälineaarinen riippuvuus.

Määritelmä 25. [53, s. 287-293] Olkoot $y_1, y_2, \ldots, y_n$ selitettävän muuttujan y ja $x_1, x_2, \ldots, x_n$ selittävän muuttujan x havaittuja arvoja. Oletetaan lisäksi, että havaintoarvot x_i ja y_i liittyvät samaan havaintoyksikköön kaikilla $i = 1, 2, \ldots n$. Tavanomaisen yhden selittäjän lineaarisen regressiomallin yleinen muoto on:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i \,, i = 1, 2, \ldots n. \tag{3.68}$$

Yleisessä muodossa ϵ_i on jäännös- eli virhetermin ϵ satunnainen ja ei-havaittu arvo havaintoyksikössä i. β_0 on ei-satunnainen ja tuntematon vakio, joka on regressiomallin systemaattisen osan $\beta_0 + \beta_1 x_i \,, i = 1, 2, \ldots n$ vakiotermi. β_1 on selittäjän x ei-satunnainen ja tuntematon regressiokerroin, joka on regressiomallin systemaattisen osan kulmakerroin.

Regressiokertoimet β_0 ja β_1 voidaan estimoida useilla tavoilla, mutta yleisimmin käytetään pienimmän neliösumman (PNS) menetelmää, jossa minimoidaan seuraava neliösumma regressiokertoimien suhteen:

$$S(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^{n} \epsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2. \tag{3.69}$$

Regressiokertoimiksi saadaan minimoimalla PNS-estimaattorit (sivuutetaan todistus):

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x} \tag{3.70}$$

ja

$$b_1 = r_{xy} \frac{s_y}{s_x} = \frac{s_{xy}}{s_x^2}. \tag{3.71}$$

Regressiokertoimien β_0 ja β_1 PNS-estimaattorit b_0 ja b_1 määrittelevät regressiosuoran:

$$y = b_0 + b_1 x. \tag{3.72}$$

Sijoittamalla PNS-estimaattori regressiosuoran yhtälö 3.72 saadaan edelleen seuraavaan muotoon:

$$y = \bar{y} + r_{xy} \frac{s_y}{s_x} (x - \bar{x}). \tag{3.73}$$

Tästä muodosta nähdään, että estimoitu regressiosuora kulkee aina havaintopisteiden painopisteen $(\bar{x}, \bar{y})$ kautta.

Otoskorrelaatiokertoimen avulla voidaan päätellä korrelaation voimakkuuden lisäksi merkin avulla, onko havaintoarvojen lineaarinen riippuvuus negatiivista vai positiivista [140, s. 656-657]. Jos kyseessä on positiivinen lineaarinen korrelaation, niin x:n kasvaessa myös y kasvaa, kun taas negatiivisessa lineaarisessa korrelaation y

pienenee x:n kasvaessa. Weiss kuvaa korrelaation voimakkuutta seuraavasti:

- täydellinen positiivinen/negatiivinen lineaarinen korrelaatio: $r_{xy} = \pm 1$
- voimakas positiivinen/negatiivinen lineaarinen korrelaatio: $r_{xy} = \pm 0{,}9$
- heikko positiinen/negativiinen lineaarinen korrelaatio: $r_{xy} = \pm 0{,}4$
- ei lineaarista korrelaatiota: $r_{xy} = 0$.

Tulkitessa otoskorrelaatiokerrointa tulee ottaa huomioon myös mahdolliset poikkeavat havainnot. Esimerkiksi mittausvirheistä johtuvat poikkeavat havainnot saattavat vääristää otoskorrelaatiokerrointa, sillä otoskeskiarvo ja otoskeskihajonta ovat alttiita poikkeuksille. On myös mahdollista, että kahden muuttujan välillä on voimakas korrelaatio, mutta ei kausaliteettia. [140, s. 659]

Fraktaali

Seuraavassa on esitetty sanallinen määritelmä fraktaalille, ja lueteltu muutamia sen ominaisuuksia.

Määritelmä 26. [38, s. 3][142] Fraktaali on objekti (joukko), joka on itsesimilaarinen, eli näyttää samalta riippumatta suurennoksesta. Fraktaalin ei tarvitse kuitenkaan ilmentää aivan samaa rakennatta kaikilla suurennoksissa, mutta samantyyppisiä rakenteita tulee esiintyä kaikissa mittakaavoissa. Fraktaalilla on yleensä yksinkertainen rekursiivinen määritelmä, jonka avulla se voidaan konstruoida.

4. YHTEENVETO JA POHDINTAA

Ulkona opettaminen on kirjallisuudessa esitettyjen määritelmien ja käytännönläheisten mallien mukaan hyvin laajasti ymmärretty menetelmä opettamiseen. Käytännössä samaa mieltä ollaan siitä, että ulkona opettaminen tapahtuu pääasiassa luokkahuoneen ulkopuolella, ja oppiminen tapahtuu kokemuksellisuuden kautta. Myös yhteistoiminnallisuutta ja integrointia painotetaan. Selkeimmät erot määritelmissä ja malleissa tulevat esille ulkona opettamisen tavoitteissa; joidenkin mielestä tavoitteena on yksilön kehitys ja yhteistyötaitojen jalostuminen, kun taas vähemmistön mielestä ulkona opettamisen tavoitteena on luoda laajempia kokonaiskuvia ympäröivästä maailmasta kontekstuaalisen oppimisen keinoin. Olemassa olevien mallien mukaan ulkona opettamisen painopiste vaihtelee seikkailukasvatuksen ja ympäristökasvatuksen välillä.

Matematiikan ulkona opettamiseen liittyen on kirjallisuudessa hyvin vähän mainintoja, ja varsinaisia tutkimuksia aiheeseen liittyen ei käytännössä ole olemassa. Matematiikkaa ei näin ollen ilmeisesti koeta ulkona opetettavaksi aineeksi, toisin kuin luonnontieteitä. Koska matematiikan ulkona opettamiseen liittyen ei ole olemassa tutkimuksia, opinnäytetyössä on tarkasteltu yleisesti ulkona opettamiseen liittyviä hyötyjä sekä ulkona opettamiseen läheisesti liittyvien oppimisnäkemysten ja oppimisen teorioiden hyötyjä. Kyseisistä oppimisnäkemyksistä ja oppimisen teorioista merkittävimpiä ovat:

- (sosio-)konstruktivistinen oppimisnäkemys
- kokemuksellinen oppiminen
- oppiaineiden integrointi eli opetuksen eheyttäminen
- kontekstuaalinen oppiminen
- formaali, non-formaali ja informaali oppiminen (niiden lähentyminen).

Ulkona opettamisen ei tutkimuksissa katsota kehittävän kovinkaan paljoa oppilaan akateemisia tietoja ja taitoja, mutta kenties tähän on syynä osittain laadukkaiden oppimateriaalien puuttuminen sekä ulkona opettamisen tavoitteet, joissa painotetaan aivan muita asioita. Yhdessä tarkastelluista malleista ulkona opettaminen nähdään kuitenkin juuri akateemisten tietojen ja taitojen kehittämiseen sopivana. Mallin lähtökohta onkin muihin nähden hyvin poikkeava, sillä siinä oppisisältöjä ei viedä luokkahuoneesta ulos sellaisenaan, vaan ne löytyvät ympäristöstä autenttisina. Mallissa ympäristö, rakennettu tai luonnollinen, toimii oppiaineita integroivana kontekstina, ja voidaankin puhua kontekstuaalisesta oppimisesta. Sen on todettu myös olevan hyvin tehokas menetelmä oppilaan koulumenestyksen kannalta, niin matematiikan kuin muidenkin oppiaineiden osalta.

Hyötyjen esille tuleminen riippuu luonnollisesti paljon siitä, kuinka opetus käytännössä toteutetaan. Lisäksi tutkimusten mukaan aktiviteettien ajallisella kestolla on merkittävä vaikutus oppimiseen. Kuten edellä mainittiin, ulkona opettamisen merkittävimpänä hyötynä pidetään yksilön kehitystä, joka näkyy itsevarmuuden, itsetunnon ja opiskelumotivaation sekä käyttäytymisen kehittymisenä. Myös oppilaiden ihmissuhteet sekä yhteistyötaidot kehittyvät yhteistoiminnallisten aktiviteettien myötä.

Kaikkien edellä mainittujen oppimisnäkemysten ja oppimisen teorioiden keskeisin hyöty oppilaalle lienee oppimisen merkityksellisyys; kokemusten kautta autenttiset kontekstiin sidotut, ainerajat ylittävät ja oppilaiden kokemusmaailmaan liittyvät oppisisällöt tekevät oppimisesta mielenkiintoista, aktiivista ja mahdollisesti jopa hauskaa. Konstruktivistinen oppimisnäkemys on voimakkaasti muiden esitettyjen oppimisnäkemysten taustalla; sen mukaan oppimisen/opetuksen tulee olla merkityksellistä, sisältää haasteita, sisältää suoraa kokemusta ja keskittyä laajoihin kokonaisuuksiin. Konstruktivistinen oppimisnäkemys on myös opetussuunnitelman perusteiden tukema oppimisnäkemys.

Osittain ulkona opettamisessa ongelmallisena voidaan pitää oppilaiden hyvin erilaisia oppimiskokemuksia, sillä osalle oppilaista jää mieleen vain hyvin yksityiskohtaisia asioita, kun taas toiset kykenevät muodostamaan yhteyksiä yksityiskohtien ja laajempien kokonaisuuksien välille. Tästä syystä on tärkeää reflektoida opittua. Ulkona opettamisen esteenä ovat yleensä opettajien resurssit, sillä se vaatii paljon aikaa suunnitteluun ja toteutukseen.

Opetussuunnitelman perusteissa tuetaan konstruktivistisen oppimisnäkemyksen lisäksi voimakkaasti kokemuksellista oppimista sekä oppiaineiden integrointia. Molemmat tulevat esille puhuttaessa sekä oppimisnäkemyksestä, -ympäristöistä että -menetelmistä. Erityisesti uusissa opetussuunnitelman perusteissa esitellyt monialaiset oppimiskokonaisuudet luovat edellytyksiä entistä monipuolisimmille opetusmenetelmille kaikissa oppiaineissa ja oppiaineiden kesken. Opetussuunnitelman perusteet eivät ota suoraan kantaa matematiikan ulkona opettamiseen, mutta perusteissa painotetaan kuitenkin esimerkiksi matematiikan opetuksen konkretiaa ja toiminnallisuutta sekä yhteyttä arkielämään. Tärkeänä matematiikan opetuksen tavoitteena pidetään myös, että opetus rohkaisee oppilasta hyödyntämään matematiikkaa muissa oppiaineissa sekä ympäröivässä yhteiskunnassa. Kyseinen tavoite on perusteissa liitetty kaikkiin seitsemään laaja-alaiseen osaamiskokonaisuuteen sekä kaikkiin kuuteen matematiikan keskeiseen sisältöalueeseen.

Kirjallisuuskatsauksen perusteella matematiikan ulkona opettamiseen on tarjolla hyvin vähän materiaalia. Lisäksi tarjolla oleva materiaali on suunnattu pääasiassa hyvin nuorille oppilaille. Ja tästä syystä niissä käsitellyt matematiikan oppisisällöt liittyvät pääasiassa esimerkiksi yhteenlaskun opetteluun. Oppimateriaaleille yhteistä on myös oppiaineiden integroinnin puuttuminen sekä kontekstin huomiotta jättäminen; opiskeltavat asiat on siirretty lähes sellaiseen luokkahuoneesta ulos. Oppimateriaalien mukaisen opetuksen lisäksi matematiikan ulkona opettamisessa voisi hyödyntää luonnossa liikkumiseen ja tekemiseen liittyviä aiheita tai mahdollisesti jopa suoraan luonnosta löytyviä matemaattisesti mallinnettavissa olevia ilmiöitä. Opinnäytetyön tuloksena syntyneessä oppimateriaalissa pyritään juurikin tutkimaan, miten matematiikkaa voisi hyödyntää esimerkiksi vaelluksella ja miten matematiikka tulee esille luonnon ilmiöissä.

Luodusta oppimateriaalista tuli todella laaja. Oppimateriaaliin on pyritty sisällyttämään jonkin verran oppiaineiden integrointia, mutta monessa kohtaa on tyydytty esittämään ideoita siitä, miten integrointia voisi kehittää eteenpäin. Laajempi integrointi vaatisi usean aineenopettajan yhteistyötä, ainakin opetusta suunnitellessa. Oppimateriaali keskittyy pääasiassa luonnossa liikkumiseen ja työskentelyyn, mutta myös luonnon ilmiöiden matemaattisesta luonteesta on yksi aihe. Kyseisen aiheen sisältö on hankalaa, mutta ideana on ennemminkin saada oppilaat huomaamaan, että matematiikkaa on kaikkialla; tarkastelun on tarkoitus olla siis hyvin kvalitatiivista. Kaikkiin aiheisiin on pyritty sisällyttämään monentasoisia, teoreettisia sekä käytännönläheisempiä, sisältöjä sekä tehtäviä. Oppimateriaali voisi laajuudeltaan toimia yhtenä monialaisena oppimiskokonaisuutena, ja siinä on toisaalta paljon mahdollisuuksia vielä laajempaan kokonaisuuteen.

Oppimateriaalin mukaisen opetuksen ajallista kestoa on hyvin hankalaa arvioida. Lisäksi oppilaiden arviointi on hankalaa johtuen opetuksen poikkeavasta luonteesta; selviä ja yhtenäisiä arviointimenetelmiä on vaikea kehittää. Koska kyseessä on varmastikin suurimmalle osalle oppilaista aivan uudenlainen oppimiskokemus, voisi arviointia kehittää vähitellen eteenpäin. Aluksi arviointia voisi suorittaa esimerkiksi lyhyiden raporttien kirjoittamisen muodossa. Oppimisen arviointia tulisi kehittää laajemminkin uuden opetussuunnitelman perusteiden myötä, mikäli opettajat aikovat hyödyntää sen tarjoamia mahdollisuuksia. Oppimateriaali ja sen mukaisen oppimisen arviointi vaatisivat kokeilua, jotta jatkokehittäminen onnistuisi. Lisäksi oppimateriaali olisi vielä saatettava sellaiseen muotoon, jossa sen voi esittää oppilaille; tämä vaatisi mahdollisesti aivan uudenlaista esitystapaa, joka mahdollistaisi tiedon esittämisen oppilaille esimerkiksi riveittäin, mutta siten, että oppilaalle jäisi jo esitetty materiaali vapaasti tarkasteltavaksi.

Jotta oppimateriaali voisi kehittyä, sen voisi jakaa vapaaseen käyttöön. Tätä varten voisi kehittää materiaalipankin, jossa olisi tarjolla oppitunteja niissä tarkasteltavien aiheiden mukaan. Tällöin esimerkiksi taimien istuttamiseen liittyen voisi olla materiaalia matematiikan ja biologian näkökulmista. Ulkona opettaminen voisi olla erinomainen tapa hyödyntää mobiililaitteita, sillä juuri luokkahuoneen ulkopuolella niille voisi olla eniten tarvetta. Oppimateriaalin esittämistä varten olisi tosin tarpeen kehittää sovelluksia, jotka mahdollistavat tiedon jakamisen vaihe vaiheelta siten, että jo esitettyä materiaalia on mahdollista tarkastella.

LÄHTEET

[1] Abbott, D., The reasonable ineffectiveness of mathematics. Proceedings of the IEEE, vol. 101, no. 10, 2013, s. 2147–2153.

[2] Ahonen, H. Oppitunnit pidetään yhä useammin ulkona [WWW]. 2014 [viitattu 23.1.2016]. Saatavissa: http://yle.fi/uutiset/oppitunnit_pidetaan_yha_useammin_ulkona/7533372

[3] Ainsworth, H. L. and Eaton, S. E., Formal, Non-formal and Informal Learning in the Sciences. Onate Press, 2010.

[4] Aluehallintovirasto, Osaava-ohjelma [WWW]. 2014 [viitattu 1.4.2015] Saatavissa: https://www.avi.fi/web/avi/osaava-ohjelma#.VRulUpOUc01

[5] Ball, P., Nature's Patterns, A Tapestry in Three Parts: Branches. Oxford University Press, 2009.

[6] Ball, P., Nature's Patterns, A Tapestry in Three Parts: Flow. Oxford University Press, 2009.

[7] Ball, P., Nature's Patterns, A Tapestry in Three Parts: Shapes. Oxford University Press, 2009.

[8] Benyus, J. M., Biomimicry: innovation inspired by nature. William Morrow, 1997.

[9] Berlin, D., Using place-based pedagogy to contextualize and integrate science and mathematics education. Teoksessa Mayes, R. L., Hatfield, L. L., Quantitative Reasoning in Mathematics and Science Education: Papers from an International STEM Research Symposium, WISDOMe Monograph, vol. 3, 2013.

[10] Bolker, E. D., Mast, M. M., Relative and absolute change percentages [WWW]. 2007. Saatavissa: http://www.cs.umb.edu/~eb/m114qf07/lectureNotes/0906/0906.pdf

[11] BrainyQuote, Albert Einstein quotes [WWW]. [viitattu 1.9.2015]. Saatavissa: http://www.brainyquote.com/quotes/quotes/a/alberteins102390.html

[12] BrainyQuote, Euclid quotes [WWW]. [viitattu 1.9.2015]. Saatavissa: http://www.brainyquote.com/quotes/quotes/e/euclid126362.html

[13] Cantell, H., Pietikäinen, J., Willamo, R., Laakso, M., Nurmi, S., Sjöberg-Tuominen, L., Tieteiden integraatio yliopisto-opetuksessa – esimerkkinä ympäristöalan monitieteinen sivuainekokonaisuus. Journal of University Pedagogy, vol. 16, no. 1, 2009, s. 6–19.

[14] Choi, B. C. K., Pak, A. W. P., Multidisciplinarity, interdisciplinarity and transdisciplinarity in health research, services, education and policy: 1. definitions, objectives, and evidence of effectiveness. Clin Invest Med, vol. 29, no. 6, 2006, s. 351–364.

[15] Clark, D., Learning to Make Choices for the Future. Connecting Public Lands, Schools, and Communities through Place-based Learning and Civic Engagement. The Center for Place-based Learning and Community Engagement, 2012.

[16] Collanus, M., Integraatio: uhkasta mahdollisuudeksi [WWW]. 2009. Saatavissa: http://www.konstit.fi/koti/mcollanus/integraatio%20uhkasta%20mahdollisuudeksi%20collanus.pdf

[17] Coyle, K. J., Back to School: Back Outside! How Outdoor Eduation and Outdoor School Time Create High Performance Students. National Wildlife Federation, 2010.

[18] Czerniak, C. M., William B. Weber, J., Sandmann, A., Ahern, J., A literature review of science and mathematics integration. School Science and Mathematics, vol. 99, no. 8, 1999, s. 421–430.

[19] de Araujo, Z., Jacobson, E., Singletary, L., Wilson, P., Lowe, L., Marshall, A. M., Teachers' conceptions of integrated mathematics curricula. School Science and Mathematics, vol. 113, no. 6, 2013, s. 285–296.

[20] Dillon, J., Morris, M., O'Donnell, L., Reid, A., Rickinson, M., Scott, W., Engaging and Learning with the Outdoors – The Final Report of the Outdoor Classroom in a Rural Context Action Research Project. National Foundation for Education Research, 2005.

[21] Donaldson, G., Donaldson, L., Outdoor education: A definition. Journal of Health, Physical Education and Recreation, vol. 29, no. 17, 1958, s. 17–63.

[22] Evira, Lämpösummakartta [WWW]. 2013. Saatavissa: http://www.evira.fi/files/attachments/fi/kasvit/metsanviljely/kartat/FI/lamposummakartta_viite_300.pdf

[23] French, S., Education Outside the Classroom: Outdoor Maths. User Friendly Resource Enterprise Ltd., 1994.

[24] Gilbertson, K., Bates, T., McLaughlin, T., Ewert, A., Outdoor Education: Methods and Strategies. Human Kinetics, 2006.

[25] Gruenewald, D. A., Foundations of place: A multidisciplinary framework for place-conscious education. American Educational Research Journal, vol. 40, no. 3, 2003, s. 619–654.

[26] Halinen, I., Ops2016 - koulu rakentaa tulevaisuutta [WWW]. 2014. Saatavissa: http://www.minedu.fi/export/sites/default/OPM/Tapahtumakalenteri/2014/05/peruskoulu/Perusopetuksentulevaisuus_270514_IH.pdf

[27] Halinen, I., Jääskeläinen, L., Opetussuunnitelmauudistus 2016. Teoksessa Cantell, H., Näin rakennat monialaisia oppimiskokonaisuuksia. PS-kustannus, 2015.

[28] Halliday, D., Resnick, R., and Walker, J., Fundamentals of Physics Extended. Wiley, 2014.

[29] Hamming, R. W., The unreasonable effectiveness of mathematics. The American Mathematical Monthly, vol. 87, no. 2, 1980, s. 81–90.

[30] Hannula, J., Homotetia eli venytyskuvaus geometrisissa konstruktioissa, Solmu, vol. 3, 2015.

[31] Hickin, E. J., Maps and Mapping: A cartographic manual. Simon Fraser University, 2014.

[32] Higgins, P., Nicol, R., Outdoor education: Authentic learning in the context of landscapes. Comenius Action 2.1, European Union, 2002, vol. 2.

[33] Higgins, P., Loynes, C., Crowther, N., A guide for Outdoor Educators in Scotland. Adventure Education, Penrith, 1997.

[34] Hmelo-Silver, C. E., Duncan, R. G., Chinn, C. A., Scaffolding and achievement in problem-based and inquiry learning: A response to kirschner, sweller, and clark (2006). Educational Psychologist, vol. 42, no. 2, 2007, s. 99–107.

[35] Honey, M., Pearson, G., and Schweingruber, H., K-12 Education. Status, Prospects, and an Agenda for Research: STEM Integration The National Academic Press, 2014.

[36] Jortikka, S., Kivelä, R., Tutkimusretkelle metsään. Metsäntutkimuslaitos, 2003.

[37] Kangas, M., Kopisto, K., Krokfors, L., Eheyttäminen ja laajentuvat oppimisympäristöt. Teoksessa Cantell, H., Näin rakennat monialaisia oppimiskokonaisuuksia. PS-kustannus, 2015.

[38] Kangaslampi, R., Fraktaalit [WWW]. 2012. Saatavissa: https://math.aalto.fi/~rkangasl/leiri/fraktaali.pdf

[39] Kirschner, P. A., Clark, R. E., and Sweller, J., Putting students on the path to learning. the case for fully guided instruction. American Educator, 2012.

[40] Kirschner, P. A., Sweller, J., and Clark, R. E., Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching. Educational Psychologist, vol. 41, no. 2, 2006, s. 75–86.

[41] Knisley, J., A Four-Stage Model of Mathematical Learning. Mathematics Educator, vol. 12, no. 1, 2002.

[42] Knott, R., Fibonacci numbers and nature - part 2. why is the golden section the "best"arrangement? [WWW]. 2009 [viitattu 2.9.2015]. Saatavissa: http://www.maths.surrey.ac.uk/hosted-sites/R.Knott/Fibonacci/fibnat2.html

[43] Knott, R. Fibonacci numbers and nature [WWW]. 2010 [viitattu 2.9.2015]. Saatavissa: http://www.maths.surrey.ac.uk/hosted-sites/R.Knott/Fibonacci/fibnat.html

[44] Kolb, A. Y., Kolb, D. A., The Kolb Learning Style Inventory - Version 3.1. 2005 Technical Specifications. Experience Based Learning Systems, 2005.

[45] Koponen, R., Määttänen, J., Nukarinen, K., Metsäntutkimusta Evon alueella. Jyväskylän normaalikoulu, 2004.

[46] Kujamäki, P., Yhteisenä tavoitteena opetuksen eheyttäminen: osallistava toimintatutkimus luokanopettajille, väitöskirja. Itä-Suomen yliopisto, 2014.

[47] Laine, A., Matematiikkaa ulkona luonnossa, Matematiikkalehti Solmu, vol. 12, no. 3, 2009.

[48] Lam, C. C., Alviar-Martin, T., Adler, S. A., Sim, J. B.-Y., Curriculum integration in singapore: Teachers' perspectives and practice. Teaching and Teacher Education, vol. 31, 2013, s. 23–34.

[49] Leponiemi, T., Matematiikkaa voi opiskella ulkonakin [WWW]. 2009 [viitattu 23.1.2016]. Saatavissa: http://yle.fi/uutiset/matematiikkaa_voi_opiskella_ulkonakin/5890229

[50] Lieberman, G. A., Hoody, L. L. , Closing the Achievement Gap: Using the Environment as an Integrating Context for Learning. Results of a Nationwide Study. State Education and Environment Roundtable, 1998.

[51] Luosto, K., Railo, J., Geometria [WWW]. 2013. Saatavissa: http://www.sis.uta.fi/~klkelu/kurssit/geometria/geomt.pdf

[52] Malminen, U., Tulevaisuuden koulu luopuu ontosta pänttäämisestä ja pulpetissa jumittamisesta [WWW]. 2015 [viitattu 23.1.2016]. Saatavissa: http://yle.fi/uutiset/tulevaisuuden_koulu_luopuu_ontosta_panttaamisesta_ja_pulpetissa_jumittamisesta/7898818?ref=leiki-uu

[53] Mellin, I., Tilastolliset menetelmät [WWW]. 2006. Saatavissa: https://math.aalto.fi/opetus/sovtoda/oppikirja/Johdanto.pdf

[54] Mendenhall, W., Beaver, R. J., Beaver, B. M., Introduction to Probability and Statistics. Cencage Learning US, 2012.

[55] Muro, P. D., Terry, M., A matter of style: Applying kolb's learning style model to college mathematics teaching practices. Journal of College Reading and Learning, vol. 38, no. 1, 2014, s. 53–60.

[56] NCETM, About the centre [WWW]. [viitattu 8.9.2015]. Saatavissa: https://www.ncetm.org.uk/ncetm/about

[57] NCETM, Learning maths outside the classroom [WWW]. [viitattu 8.9.2015]. Saatavissa: https://www.ncetm.org.uk/resources/9268

[58] Neill, J., Enhancing life effectiveness: The impacts of outdoor education programs, väitöskirja. University of Western Sydney, 2008.

[59] Neill, J., What is outdoor education? definition [WWW]. 2008 [viitattu 26.2.2015]. Saatavissa: http://www.wilderdom.com/definitions/definitions.html

[60] Niiranen, P., Metsämartat vievät lapsia metsään pohjois-savossa [WWW]. 2014 [viitattu 23.1.2016]. Saatavissa: http://yle.fi/uutiset/metsamartat_vievat_lapsia_metsaan_pohjois-savossa/7495652

[61] Nundy, S., The fieldwork effect: the role and impact of fieldwork in the upper primary school. International Research in Geographical and Environmental Education, vol. 8, no. 2, 1999.

[62] Nyyssölä, K., Koulun ulkopuolella opitun tunnustaminen. Opetushallitus, 2002.

[63] Opetushallitus, Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004 [WWW]. 2004. Saatavissa: http://www.oph.fi/download/139848_pops_web.pdf

[64] Opetushallitus, Aihekokonaisuuksien tavoitteiden toteutumisen seuranta-arviointi 2010. Opetushallitus, 2012.

[65] Opetushallitus, Opetussuunnitelman perusteiden uudistamisen tavoitteet [WWW]. 2012 [viitattu 18.3.2015]. Saatavissa: http://www.oph.fi/ops2016/tavoitteet

[66] Opetushallitus, Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014. Opetushallitus, 2014.

[67] Opetushallitus, Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet: luvut 1-12, luonnos 19.9.2014 [WWW]. 2014. Saatavissa: http://www.oph.fi/download/160358_opsluonnos_perusopetus_luvut_1_12_19092014.pdf

[68] Opetushallitus, Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet: Opetus vuosiluokilla 1-2, luonnos 19.9.2014 [WWW]. 2014. Saatavissa: http://www.oph.fi/download/160360_opsluonnos_perusopetus_vuosiluokat_1_2_19092014.pdf

[69] Opetushallitus, Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet: Opetus vuosiluokilla 3-6, luonnos 19.9.2014 [WWW]. 2014. Saatavissa: http://www.oph.fi/download/160361_opsluonnos_perusopetus_vuosiluokat_3_6_19092014.pdf

[70] Opetushallitus, Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet: Opetus vuosiluokilla 7-9, luonnos 19.9.2014 [WWW]. 2014. Saatavissa: http://www.oph.fi/download/160362_opsluonnos_perusopetus_vuosiluokat_7_9_19092014.pdf

[71] Orjala, A., Asiantuntijat: Kouluissa pitäisi hyödyntää enemmän luontoa [WWW]. 2013 [viitatttu 23.1.2016]. Saatavissa: http://yle.fi/uutiset/asiantuntijat_kouluissa_pitaisi_hyodyntaa_enemman_luontoa/6885157

[72] Ouakrim-Soivio, N., Rinkinen, A., Karjalainen, T., Tulevaisuuden peruskoulu. Opetus- ja kulttuuriministeriö, 2015.

[73] Päkkilä, J., Johdatus tilastotieteeseen [WWW]. 2016. Saatavissa: https://noppa.oulu.fi/noppa/kurssi/806118p/materiaali/806118P_luentomoniste_2.pdf

[74] Partanen, J., Hostikka, A., Kaikkonen, V., Koistinen, R., Laukkanen, H., Vuorenmaa, J., Suomen metsäkeskuksen maastotarkastusohje. Suomen metsäkeskus, 2013.

[75] Pekonen, O., Matematiikan platonistinen perinne [WWW]. 2000 [viitattu 1.9.2015]. Saatavissa: http://www.tieteessatapahtuu.fi/005/pekonen.htm

[76] Phillips, D. C., Encyclopedia of Educational Theory and Philosophy. SAGE Publications, Inc., 2014.

[77] Pohjolainen, S., Raassina, H., Silius, K., Huikkola, M., and Turunen, E., TTY:n insinöörimatematiikan opiskelijoiden asenteet, taidot ja opetuksen kehittäminen. Tampereen teknillinen yliopisto, Matematiikan laitos, 2006.

[78] Priest, S., Redefining outdoor education: A matter of many relationships, Journal of Environmental Education, vol. 17, no. 3, 1986, s. 13–15.

[79] Puolimatka, T., Opetuksen teoria: Konstruktivismista realismiin. Tammi, 2002.

[80] Puuntuottaja, Taimikon runkoluvun määrittäminen [WWW]. 2012 [viitattu 29.2.2016]. Saatavissa: http://www.puuntuottaja.com/taimikon-runkoluvun-maarittaminen/

[81] Rantala, S., Tapion taskukirja. Metsäkustannus Oy, 2008.

[82] Rantala, S., Metsäkoulu. Metsäkustannus Oy, 2014.

[83] refspace, Galileo galilei, mathematics quotes [WWW]. [viitattu 1.9.2015]. Saatavissa: http://refspace.com/quotes/Galileo_Galilei/mathematics

[84] Association for Experiential Education, What is experiential education? [WWW]. [viitattu 9.7.2015]. Saatavissa: http://www.aee.org/what-is-ee

[85] Creative STAR Learning, About [WWW]. 2015 [viitattu 9.9.2015]. Saatavissa: http://creativestarlearning.co.uk/about/

[86] Creative STAR Learning, Maths outdoors [WWW]. 2015 [viitattu 9.9.2015]. Saatavissa: http://creativestarlearning.co.uk/c/maths-outdoors/

[87] Helsingin yliopisto, Ympäristöalan monitieteinen sivuaine [WWW]. 2006 [viitattu 8.4.2015]. Saatavissa: http://www.helsinki.fi/henvi/opetus/

[88] Hyvinkään kaupunki, Matematiikkaa ulkona luonnossa -hanke [WWW]. 2015 [viitattu 11.9.2015]. Saatavissa: http://www.hyvinkaa.fi/kasvatus-ja-koulutus/muu-koulutus/matematiikkaaluonnossa/

[89] Jyväskylän yliopisto, Fenomenologia [WWW]. 2015 [viitattu 9.1.2016]. Saatavissa: https://koppa.jyu.fi/avoimet/hum/menetelmapolkuja/menetelmapolku/tieteenfilosofiset-suuntaukset/fenomenologia

[90] Matemaattisten aineiden opettajien liitto MAOL ry, Matemaattisten aineiden opettajien liitto maol ry:n lausunto perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden luonnoksesta [WWW]. 2014. Saatavissa: http://www.maol.fi/fileadmin/users/Julkaisut/kannanoto/MAOL-Lausunto_OPS_15102014.pdf

[91] Opettajan tietopalvelu, Ulos oppimaan! sata ideaa ulko-opetukseen [WWW]. [viitattu 1.4.2015]. Saatavissa: https://www.opettajantietopalvelu.fi/Henna-Tampio/Ulos-oppimaan.html

[92] Savonlinnan kesäyliopisto, Ulos oppimaan!, savonlinna [WWW]. 2015 [viitattu 1.4.2015]. Saatavissa: https://asp.asio.fi/kurssiilmo/savokesa/index.php?asio=Zmt1cnNzaW50aWVkb3Q7YzE5ODU7ZzEyO3JPc2FhdmE7c2M0NjhjMmNmYTRiODIwMTE5Y2U3MDFlNDI3N2NmYmVk

[93] State Education and Environment Roundtable, California student assessment project, phase one: the effects of environment-based education on student achievement [WWW]. 2000. Saatavissa: http://www.seer.org/pages/research/CSAP2000.pdf

[94] State Education and Environment Roundtable, California student assessment project, phase two: the effects of environment-based education on student achievement [WWW]. 2005. Saatavissa: http://www.seer.org/pages/research/CSAPII2005.pdf

[95] Suomen leirikouluyhdistys, Leirikoulu ja ops 2016 [WWW]. 2015 [viitattu 30.3.2015]. Saatavissa: http://leirikoululahettilas.fi/leirikoulupedagogiikka/leirikoulu-ja-ops-2016/

[96] Suomen leirikouluyhdistys, Luonnossa oppiminen [WWW]. 2015 [viitattu 30.3.2015]. Saatavissa: http://leirikoululahettilas.fi/leirikoulupedagogiikka/luonnossa-oppiminen/

[97] Suomen luonto- ja ympäristökoulujen liitto ry, Lyke-verkoston historiaa [WWW]. [viitattu 23.3.2015]. Saatavissa: http://www.luontokoulut.fi/mika-lyke/historiaa/

[98] Suomen luonto- ja ympäristökoulujen liitto ry, Mikä lyke [WWW]. [viitattu 23.3.2015]. Saatavissa: http://www.luontokoulut.fi/mika-lyke/

[99] Suomen luonto- ja ympäristökoulujen liitto ry, Lyke-tukiverkosto ja strategiat [WWW]. 2013. Saatavissa: http://www.luontokoulut.fi/wordpress/wp-content/uploads/2013/12/LYKE-tukiverkosto_ja_strategiat.pdf

[100] Suomen luonto- ja ympäristökoulujen liitto ry, Lausunto koskien perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2016 luonnosta [WWW]. 2014. Saatavissa: http://www.luontokoulut.fi/download/tietoa/kannanotot/Lausunto_OPS_2014-10-15.pdf

[101] Suomen luonto- ja ympäristökoulujen liitto ry, Opetussuunnitelma muuttuu – muuttuuko opetus? yhteenveto [WWW]. 2014. Saatavissa: http://www.luontokoulut.fi/download/tietoa/Opetussuunnitelma_uudistuu_uudistuuko_opetus_kutsuseminaari_yhteenveto.pdf

[102] Suomen luonto- ja ympäristökoulujen liitto ry, Ops, luonto- ja ympäristökasvatus sekä kestävä kehitys [WWW]. 2014. Saatavissa: http://www.luontokoulut.fi/download/tietoa/OPS_ja_keke_suoratlainaukset.pdf

[103] Suomen luonto- ja ympäristökoulujen liitto ry, Tiedote: Vaikuttajat etsivät ratkaisuja luokan ulkopuolella oppimiseen [WWW]. 2014. Saatavissa: http://www.luontokoulut.fi/download/tietoa/Vaikuttajat_etsiva_%20ratkaisuja_luokan_ulkopuolella_opettamiseen.pdf

[104] Suomen metsäyhdistys ry., Metsänmittausohjeita [WWW]. 2014. Saatavissa: http://frantic.s3.amazonaws.com/smy/2014/06/Mets%C3%A4nmittausohjeet_0.pdf

[105] Suomen metsäyhdistys ry., Visaisia tehtäviä [WWW]. 2014. Saatavissa: http://frantic.s3.amazonaws.com/smy/2014/10/Visaisia-tehtavia-opettajanversio.pdf

[106] Suomen Metsäyhdistys ry., Matematiikkaa metsässä [WWW]. 2015. Saatavissa: http://frantic.s3.amazonaws.com/smy/2015/06/Metsavastaa-harjoituksia_matikka.pdf

[107] Suomen metsäyhdistys ry., Opeta ja opi [WWW]. 2015 [viitattu 10.9.2015]. Saatavissa: http://www.smy.fi/opeta-opi/

[108] Suomen metsäyhdistys ry., Tehtäviä ja materiaaleja [WWW]. 2015 [viitattu 10.9.2015]. Saatavissa: http://www.smy.fi/opeta-opi/tehtavia-ja-materiaaleja/

[109] Suomen ympäristöopisto SYKLI, Jos metsään haluat mennä nyt - metsät oppimisympäristönä (8012o) [WWW]. 2015 [viitattu 23.3.2015]. Saatavissa: http://www.sykli.fi/fi/koulutuskalenteri/jos-metsaan-haluat-menna-nyt-metsat-oppimisymparistona-8012o

[110] Suomen ympäristöopisto SYKLI, Opetus- ja kasvatusalan koulutuskalenterissa nyt [WWW]. 2015 [viitattu 23.3.2015]. Saatavissa: http://www.sykli.fi/fi/koulutusalat-ja-teemat/opetus-ja-kasvatus/koulutuskalenterissa-nyt

[111] Suomen ympäristöopisto SYKLI, Opetus ja kasvatus syklissä [WWW]. 2015 [viitattu 23.3.2015]. Saatavissa: http://www.sykli.fi/fi/koulutusalat-ja-teemat/opetus-ja-kasvatus/opetus-ja-kasvatusala-syklissa

[112] Suomen ympäristöopisto SYKLI, Ulos oppimaan [WWW]. 2015 [viitattu 23.3.2015]. Saatavissa: http://www.sykli.fi/fi/hankkeet-ja-julkaisut/ulos-oppimaan

[113] The Open University, Ou on the bbc: the code [WWW]. 2013 [viitattu 12.12.2015]. Saatavissa: http://www.open.edu/openlearn/whats-on/tv/ou-on-the-bbc-the-code

[114] University of Idaho, What is density? [WWW]. 2009 [viitattu 21.2.2016]. Saatavissa: http://www.webpages.uidaho.edu/veg_measure/Modules/Lessons/Module%205(Density)/5_1_What%20is%20Density.htm

[115] Rickinson, M., Dillon, J., Teamey, K., Morris, M., Choi, M. Y., Sanders, D., Benefield, P., A Review of Research on Outdoor Learning. National Foundation for Educational Research and King's College London, 2004.

[116] Salo, J., Voiko opettaja lähteä ulos luokkansa kanssa, vaikka ryhmä on suuri ja turvallisuusmääräykset tiukat? [WWW]. 2014. Saatavissa: http://www.luontokoulut.fi/download/tietoa/Salo_OAJ_OPS-seminaari_Suomenlinna.pdf

[117] Schmidt, H. G., Loyens, S. M. M., van Gog, T., Paas, F., Problem-based learning is compatible with human cognitive architecture: Commentary on kirschner, sweller, and clark (2006). Educational Psychologist, vol. 42, no. 2, 2007, s. 91–97.

[118] Scoates, F., Mathematical modelling in biology [WWW]. 2011 [viitattu 8.9.2015]. Saatavissa: http://www.saps.org.uk/secondary/teaching-resources/693-mathematical-modelling-in-biology

[119] Scott, A., Are we there yet? part 1: Developing a tool to estimate ruck times [WWW]. 2016 [viitattu 5.3.2016]. Saatavissa: http://strongswiftdurable.com/military-athlete-articles/yet-calculating-movement-uneven-terrain/

[120] Sharp, L. B., Outside the classroom The Educational Forum, vol. 7, no. 4, 1943, s. 361–368.

[121] Shin, M., Using integration to derive geometric formulas [WWW]. 2013. Saatavissa: https://math.berkeley.edu/~shinms/FA13-1A/practice-problems-12-soln.pdf

[122] Showalter, D. A., Place-based mathematics education: A conflated pedagogy?. Journal of Research in Rural Education, vol. 28, no. 6, 2013, s. 1–13.

[123] Smith, J. W., Outdoor Education and Youth. American Association for Health, Physical Education, and Recreation, 1955.

[124] Sobel, D., Place-based education: Connecting classroom and community [WWW]. 2012. Saatavissa: http://www.antiochne.edu/wp-content/uploads/2012/08/pbexcerpt.pdf

[125] Stewart, J., Calculus. Cengage Learning, 2012.

[126] Stitz, C., Zeager, J., Precalculus [WWW]. 2013. Saatavissa: http://www.stitz-zeager.com/szprecalculus07042013.pdf

[127] Swokowski, E., Cole, J. A., Algebra and Trigonometry with Analytic Geometry. Brooks Cole, 2009.

[128] Tegmark, M., Our mathematical universe [WWW]. [viitattu 1.9.2015]. Saatavissa: http://space.mit.edu/home/tegmark/mathematical.html

[129] Tegmark, M., The universes of Max Tegmark [WWW]. [viitattu 1.9.2015]. Saatavissa: http://space.mit.edu/home/tegmark/home.html

[130] Tegmark, M., Our Mathematical Universe. Alfred A. Knopf, 2014.

[131] Thomas, J. W., A review of research on project-based learning [WWW]. 2000. Saatavissa: http://www.bobpearlman.org/BestPractices/PBL_Research.pdf

[132] Tiensuu, S., Fyllotaksia - lehtien lukuteoriaa. Seepia, 2000.

[133] Toivola, M., Härkönen, T., 1.5 mittakaava [WWW]. 2015 [viitattu 28.2.2016]. Saatavissa: http://opinnot.internetix.fi/fi/muikku2materiaalit/peruskoulu/ma/ma6/1_geometrian_peruskasitteita/15?C:D=i4hI.i21U&m:selres=i4hI.i21U

[134] Toivola, M., Härkönen, T., 2.5 muutos- ja vertailuprosentti sekä prosenttiyksikkö [WWW]. 2015 [viitattu 25.2.2016]. Saatavissa: http://opinnot.internetix.fi/fi/muikku2materiaalit/peruskoulu/ma/ma2/2_prosenttilasku/05?C:D=iUEW.iRMq&m:selres=iUEW.iRMq

[135] Tutkijaryhmä, Ncu's definition of outdoor education [WWW]. 2004 [viitattu 26.2.2015]. Saatavissa: http://www.liu.se/ikk/ncu?l=en&sc=true

[136] Uitto, A., Ulkona opettaminen, opettajankoulutuksen näkökulma [WWW]. 2014. Saatavissa: http://www.luontokoulut.fi/download/tietoa/AnnaUitto-OKL_OPS-seminaari_Suomenlinna.pdf

[137] Väisälä, K., Geometria. WSOY, 1959.

[138] Vedenjuoksu, T., Johdatus matemaattiseen päättelyyn [WWW]. 2014. Saatavissa: https://noppa.oulu.fi/noppa/kurssi/802151p/luennot/802151P_luento_1.pdf

[139] Vierra, S., Biomimicry: Designing to model nature [WWW]. 2014 [viitattu 7.9.2015]. Saatavissa: https://www.wbdg.org/resources/biomimicry.php

[140] Weiss, N. A., Introductory Statistics. Addison-Wesley, 2012.

[141] Weisstein, E. W., Circle [WWW]. 2016 [viitattu 21.2.2016]. Saatavissa: http://mathworld.wolfram.com/Circle.html

[142] Weisstein, E. W., Fractal [WWW]. 2016 [viitattu 5.3.2016]. Saatavissa: http://mathworld.wolfram.com/Fractal.html

[143] Werquin, P., ecognising Non-Formal and Informal Learning. Outcomes, Policies and Practices. OECD, 2010.

[144] Wigner, E. P., The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences, Communication on Pure and Applied Mathematics, vol. 13, 1960, s. 1–14.

[145] Wikipedia, Marcus du sautoy [WWW]. 2015 [viitattu 12.12.2015]. Saatavissa: https://en.wikipedia.org/wiki/Marcus_du_Sautoy

[146] Wikipedia, Mathematical universe hypothesis [WWW]. 2015 [viitattu 1.9.2015]. Saatavissa: https://en.wikipedia.org/wiki/Mathematical_universe_hypothesis

[147] Wikipedia, Relative change and difference [WWW]. 2015 [viitattu 25.2.2016]. Saatavissa: https://en.wikipedia.org/wiki/Relative_change_and_difference#Definitions

[148] Wikipedia, Systems science [WWW]. 2015 [viitattu 9.1.2016]. Saatavissa: https://en.wikipedia.org/wiki/Systems_science

[149] Wikipedia, Specific energy [WWW]. 2016 [viitattu 24.2.2016]. Saatavissa: https://en.wikipedia.org/wiki/Specific_energy#Energy_density_of_food

[150] Wikipedia, Symmetry [WWW]. 2016 [viitattu 20.2.2016]. Saatavissa: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_trigonometric_identities#Symmetry

[151] Wu, D. T., Encouragement and inspiration from Feynman [WWW]. [viitattu 1.9.2015]. Saatavissa: http://inside.mines.edu/~dwu/classes/CH351/general/feynman_quote.html

[152] Yetkiner, Z. E., Anderoglu, H., Capraro, R. M., Project-based learning in middle grades mathematics [WWW]. 2008. Saatavissa: http://www.ncmle.org/docs/ProjectBased_Math.pdf

[153] Yle, Koodien maailma [WWW]. 2013 [viitattu 12.12.2015]. Saatavissa: http://yle.fi/vintti/yle.fi/teema/ohjelmat/juttuarkisto/koodien-maailma.html

A. MATEMATIIKKAA ULKONA -OPPIMISKOKONAISUUS

A.1 Oppimiskokonaisuuden esittely

Oppimateriaalin mukaisen opetuksen tavoitteita ovat ainakin seuraavat opetussuunnitelman perusteissa mainitut matematiikan opetuksen tavoitteet [66, s. 374-375]:

Opetuksen tavoitteena on

- vahvistaa oppilaan motivaatiota, myönteistä minäkuvaa ja itseluottamusta matematiikan oppijana
- kannustaa oppilasta ottamaan vastuuta matematiikan oppimisesta sekä yksin että yhdessä toimien
- ohjata oppilasta havaitsemaan ja ymmärtämään oppimiensa asioiden välisiä yhteyksiä
- tukea oppilasta loogista ja luovaa ajattelua vaativien matemaattisten tehtävien ratkaisemisessa ja siinä tarvittavien taitojen kehittämisessä
- ohjata oppilasta arvioimaan ja kehittämään matemaattisia ratkaisujaan sekä tarkastelemaan kriittisesti tuloksen mielekkyyttä
- rohkaista oppilasta soveltamaan matematiikkaa muissakin oppiaineissa ja ympäröivässä yhteiskunnassa
- opastaa oppilasta soveltamaan tieto- ja viestintäteknologiaa matematiikan opiskelussa sekä ongelmien ratkaisemisessa
- ohjata oppilasta vahvistamaan päättely- ja päässälaskutaitoa ja kannustaa oppilasta käyttämään laskutaitoaan eri tilanteissa
- tukea oppilasta ymmärtämään geometrian käsitteitä ja niiden välisiä yhteyksiä

- kannustaa oppilasta kehittämään taitoaan laskea pinta-aloja ja tilavuuksia.

Oppimateriaali pyrkii näihin tavoitteisiin erityisesti oppiaineiden integroinnin, kontekstuaalisen oppimisen ja yhteistoiminnallisuuden avulla. Oppimateriaalin keskeisimpänä tavoitteena on kuitenkin innostaa oppilaita huomaamaan, että matematiikkaa on kaikkialla ympäristössä ja että sitä on mahdollista soveltaa monin tavoin.

A.2 Oppimiskokonaisuus

Tässä luvussa on esitetty oppimateriaalin kolme aihetta. Aiheiden järjestyksellä ei ole käytännön merkitystä, ja myös aiheen sisäisiä aktiviteetteja voidaan suorittaa halutessa jossain määrin poikkeavassa järjestyksessä tai jättää osa suorittamatta.

A.2.1 Metsänviljely

Aiheen esittely:
Metsänuudistaminen on tärkeä osa kannattavaa metsätalouden harjoittamista. Metsälakikin velvoittaa uudistamaan metsän. Uudistushakkuun jälkeen metsänomistajan tulee saattaa metsä kasvuun joko istuttamalla puiden taimia tai kylvämällä puiden siemeniä. Metsätalouden kannattavuus on riippuvainen useista biologiaan ja maantietoon liittyvistä seikoista. Koska metsän tuotto on melko hidasta, on tärkeää, että metsänuudistaminen tapahtuu alusta alkaen oikein. [82, s. 79-110]

Tässä avuksi tulee matematiikka, jonka avulla pyritään mallintamaan metsän kasvua sen eri vaiheissa. Erityisen tärkeää on, että metsänuudistuksen myötä kehittyy tiheydeltään sopiva taimikko. Tässä työssä keskitytään erityisesti siihen, miten taimien määrää ja tiheyttä voidaan mitata. Työssä tutustutaan ensin jo olemassa olevaan taimikkoon, minkä jälkeen istutetaan itse pieni metsäala. Työ on jaettu kahteen osaan tämän mukaan.

Metsänviljely tarjoaa keväisin ja alkukesällä töitä myös yläaste- ja lukioikäisille. Työ on useimmiten urakkapalkkaista ja mahdollistaa perinteisiin kesätöihin verrattuna hyvin suuret tulot lyhyessä ajassa. Toisaalta metsänviljelyn avulla luokka voi kerätä myös varoja esimerkiksi leirikoulua varten. Työ on kuitenkin fyysisesti melko raskasta, ja lisäksi on tarpeen hallita metsänviljelyyn liittyvät perusasiat huolella, sillä kyseessä on hyvin vastuullinen työ. Perusasioiden ymmärtäminen vaatii biologiaan ja maantietoon liittyvien asioiden hallintaa; sopivan istutuskohdan valitseminen taimelle edellyttää tietoa esimerkiksi maaperän muodoista ja koostumuksesta, kosteudesta sekä puulajin ominaispiirteistä. Metsän uudistamista tarkastellessa vaaditaan monialaista otetta ja usean eri oppiaineen käsitteistöä sekä tietämystä. Paikalliset metsänhoitoyhdistykset sekä Suomen metsäkeskus voivat auttaa opetuksen järjestämisessä. Siispä aihe tarjoaa myös mahdollisuuden koulun ulkopuolisten toimijoiden kanssa tehtävään yhteistyöhön.

Oppimistavoitteet:

- ajattelun taidot ja menetelmät: harjoitellaan loogista ajattelua vaativia toimintoja
- geometria: ympyrän pinta-alan laskeminen, varmennetaan ja laajennetaan mittayksiköiden ja yksikkömuunnosten hallintaa
- luvut ja laskutoimitukset: pyöristäminen
- tietojen käsittely ja tilastot: aritmeettinen keskiarvo, tietojen kerääminen, muuntaminen ja esittäminen käyttökelpoisessa muodossa.

Keskeiset sisällöt:

- taimikon tiheyden määrittäminen, keskiarvo
- otantatutkimus.

Integroitavat oppiaineet: biologia, maantieto, liikunta (mahdollisesti myös fysiikka ja kemia).
Tarvittavat välineet: sopiva vaatetus (saappaat, työvaatetus), pottiputkia, taimivakkoja, neljämetrisiä onkivapoja, muistiinpanovälineet, eväät.
Oppimisympäristö: nuori taimikko ja muokattu istutustyömaa loppukeväällä.
Arvioitu kesto: yksi päivä ulkona maastossa, 2-4 kpl 45 minuutin oppituntia tehtävien parissa sisällä.
Toteutus:

Erityishuomioita:

- Taimikossa kävellessä tulee olla erityisen varovainen, etteivät taimet tallaannu.
- Hiljattain hakatut tai istutetut metsäkuviot ovat usein hyvin hankalakulkuisia.
- Istuttaessa tulee kiinnittää erityisen hyvin huomiota istutusjälkeen.

1. Taimikossa:

Tämän työn ensimmäisessä osassa pyritään määrittämään taimikon taimien määrä. Mitä suurempi arvioitava pinta-ala on sitä paremmin työ havainnollistaa käytettävien menetelmien soveltuvuutta.

1. Tutustukaa oppilaiden kanssa ensin tarkasteltavaan taimikkoon. Esimerkkikysymyksiä:
   - Mitä puulajeja taimikossa kasvaa? Mikä on metsäkuvion tavoitepuulaji ja miksi?
   - Minkä ikäinen taimikko on? Miten ikä voidaan määrittää (pieni taimi, vuosikasvaimien avulla; suuri puu, lustonäyte)?
2. Kertaa lyhyesti pinta-alan määritelmä ja sen yksiköt, erityisesti metsäalalla käytössä olevat aari ja hehtaari.
3. Jaa oppilaat muutaman hengen ryhmiin.
4. Aivan ensimmäiseksi kunkin oppilaan tehtävänä on arvioida metsäkuvion taimien lukumäärä ja merkitä arvio muistiin.
5. Anna oppilaille tehtäväksi pohtia, miten taimien määrä metsäkuviolla voidaan määrittää. Kuvion pinta-ala on tunnettu.

Todennäköisesti oppilaista joku ehdottaa taimien laskemista yksitellen. Jos kuvio on todella pieni, niin laskeminen voisi tulla kysymykseen.

3. Pohtikaa miksi yksitellen laskeminen ei ole vaihtoehto. Muutamia huomioita:
   - Vaatii paljon kävelyä, joten aikaa kuluu paljon.
   - Vaikeaa ellei merkitse jokaista laskemaansa tainta jotenkin.
   - Jos kuvio on pusikoitunut, taimia saattaa olla hyvin hankala nähdä.
4. Onko muita menetelmiä? Vinkki: kertolaskun hyödyntäminen.

Mahdollisesti joku oppilaista ehdottaa, että voisi laskea kuvion kahden sivun taimien lukumäärät ja kertoa ne keskenään.

5. Mitä etuja lähestymistavassa on suhteessa kaikkien taimien laskemiseen? Milloin lähestymistapa toimii ja milloin ei? Muutamia huomioita:

- Huomattavasti nopeampaa kuin taimien laskeminen yksitellen, sillä kävelyä tulee paljon vähemmän.
- Kuvion tulee olla suorakulmion muotoinen. Näin harvemmin on, vaan kuviot saattavat olla hyvinkin erikoisia muodoltaan.
- Jos kuviolla taimien tiheys vaihtelee huomattavasti (johtuen esimerkiksi kosteikoista tai kivikkoisista alueista, joille ei yleensä istuteta tai on hankala istuttaa), saattaa taimien laskettu määrä poiketa todellisesta määrästä huomattavasti.

6. Pyydä vielä ryhmiä miettimään, onko olemassa muita menetelmiä? Vinkki: kuvion pinta-alan jakaminen pienempiin osiin.

Haetun menetelmän oivaltaminen saattaa olla hankalaa. Taimien määrää mitatessa käytetään otantatutkimusta (ks. [81, s. 302-312]). Otos muodostuu koealoista, joilta määritetään taimien lukumäärä. Koealoja kutsutaan havaintoyksiköiksi ja taimien lukumäärä koealalla on tutkittava muuttuja. Kuvion kaikki koealat (havaintoyksiköiden joukko) muodostavat yhdessä populaation eli perusjoukon. Otanta tarkoittaa tilastollista menetelmää, jossa kerätään tietoja liittyen havaintoyksiköihin. Erilaisilla otantamenetelmillä valitaan tutkimusta varten soveltuva otos.

Taimikon inventoinnissa koealat valitaan yleensä tietyin välein ennalta määrätyiltä linjoilta [81, s. 161, 302, 308]. Kyseessä on siis systemaattinen otanta (vrt. satunnaisotanta) [81, s. 308]. Koealojen valinnan tavoitteena on kuvata mahdollisimman hyvin koko kuviolle ominaisia piirteitä.

7. Millainen koeala on mittaamisen kannalta helpoin ja miksi? Vinkki: apuvälineinä voidaan käyttää esimerkiksi narua tai keppejä, joiden pituus on tiedossa.

Koealaa mitattaessa käytetään useimmiten ympyräkoealaa, sillä käyttäen keppiä on mahdollista mitata tietyn alan sisällä olevat taimet paikallaan seisten. Jos kuvion muoto olisi esimerkiksi neliö, tarvitsisi merkitä neliö jotenkin ennen taimien laskemista tai yrittää arvioida silmämääräisesti, missä neliökoealan piiri kulkee.

8. Miten koealan perusteella voidaan määrittää koko kuvion taimien lukumäärä? Vinkki: yhden koealan pinta-ala ja kuvion pinta-ala.

Kun tiedetään mitatun koealan ja koko kuvion pinta-alat, voidaan laskea kuinka monta koealaa koko kuviolle sopii. Kun tämä tiedetään, voidaan kertoa kyseinen luku koealan taimien määrällä. Näin saadaan kuvion taimien lukumäärä.

Olkoon koealan pinta-ala A_k ja kuvion pinta-ala A. Tällöin kuviolle mahtuvien koealojen lukumäärä n eli ns. koealakerroin saadaan seuraavasti:

$$n = \frac{A}{A_k} \tag{A.1}$$

Taimien kokonaislukumäärä T kuviolla saadaan, kun kerrotaan edellinen koealan taimien lukumäärällä t:

$$T = nt = \frac{A}{A_k}t \tag{A.2}$$

9. Anna oppilaiden tehtäväksi kokeilla menetelmää. Kukin ryhmä mittaa yhden koealan. Pyritään siihen, että koealat eivät ole päällekkäisiä ja ryhmät työskentelevät lähes tasaisesti koko kuviolla. Käytetään koealan mittaukseen neljämetrisiä onkivapoja. Ohjeet koealan mittaukseen:
   - Valitse kuviolta koealan keskipiste vapaasti ja seiso koko mittauksen ajan samalla paikalla.
   - Aseta onkivapa maan kanssa samansuuntaisesti.
   - Valitse jokin taimi, josta aloitat mittauksen ja paina kyseinen taimi mieleesi (yksi ryhmän jäsenistä voi mennä taimen viereen seisomaan).
   - Pyörähdä paikallasi kokonainen ympyrä ja laske kaikki istutetut ja luontaisesti kasvaneet tavoitepuulajin taimet.
   - Muista tarkkailla myös aivan ympyräkoelan keskipisteen lähellä olevia taimia, ne jäävät helposti laskematta.
   - Merkitse taimien lukumäärä muistiin.
10. Seuraavaksi kukin ryhmä laskee koealamittauksen avulla taimien lukumäärän koko kuviolla.
11. Mitä tarvitsee tietää, että voidaan hyödyntää kaavaa A.2? Kuvion pinta-ala A on tunnettu, mutta koealan pinta-ala A_k on määritettävä.
12. Miten koealan pinta-ala saadaan määritettyä?

Kyseessä on ympyräkoeala, jonka pinta-ala saadaan laskettua kaavalla $A_k = \pi r^2$, jossa r on ympyrän säde. Käytetty onkivapa on neljämetrinen, joten nyt $r = 4\,m$. Näin ollen koealan pinta-ala on $A_k = \pi(4\,m)^2 = 50{,}265...\,m^2 \approx 50{,}27\,m^2$. Siis koealan pinta-ala on likimain $50\,m^2$ eli puoli aaria.

Esimerkki 1. Kuvion pinta-ala on $A = 1{,}6\,ha$ ja koealaksi on mitattu $t = 8$ tainta. Kuinka monta tainta koko kuviolla on?

Kaavan A.2 mukaan taimien kokonaismäärä $T = \frac{1{,}6\,ha}{50{,}27\,m^2} \cdot 8 = \frac{16000\,m^2}{50{,}27\,m^2} \cdot 8 = 318.281... \cdot 8 = 2546.250... \approx 2550\,(kpl)$.

Luku 318.281... vastaa koealojen lukumäärää kuviolla. Lukua kutsutaan koealakertoimeksi.

Vastaus: Koko kuviolla on noin 2550 tainta.

Todennäköisesti ryhmät saavat tulokseksi hyvin erilaisia taimimääriä.

13. Miksi tulokset poikkeavat niin paljon ja mitä voitaisiin tehdä, jotta saataisiin todenmukaisempi, koko kuvion taimimäärää kuvaava, tulos? Muutamia huomioita:
    - Koealat on mitattu eri puolilta kuviota. Maaperän muodoista ja rakenteesta johtuen taimia saattaa olla toisaalla paljon tiheämmässä kuin toisaalla.
    - Mahdolliset mittausvirheet vaikuttavat huomattavasti. Yhden taimen virhe mittauksessa vaikuttaa tulokseen noin 320 taimen verran esimerkin tapauksessa.
    - Koealamittauksista voidaan laskea keskiarvo kuvaamaan koko kuviota. Keskiarvon avulla voidaan laskea koko kuvion taimimäärä uudelleen.
14. Kukin ryhmä kertoo oman mittaustuloksensa ja kirjoittaa muistiin muiden ryhmien tulokset. Keskiarvolla lasketaan taimien kokonaismäärä uudelleen. Lopuksi voidaan vielä verrata laskettua kokonaismäärää alussa tehtyyn arvioon.

Esimerkki 2. Olkoon mitatut koealat seuraavat: $\{7,\ 11,\ 10,\ 8,\ 9,\ 5,\ 12,\ 9,\ 9,\ 10\}$. Kuinka monta tainta koko kuviolla on?

Koealojen (lukumäärä $10\,kpl$) keskiarvo on $\bar{t} = \frac{7+11+10+8+9+5+12+9+9+10}{10} = 9$. Siis taimien kokonaismäärä on kaavan A.2 mukaan $T = \frac{16000\,m^2}{50{,}27\,m^2} \cdot 9 = 2864{,}531... \approx 2860\,(kpl)$.

Vastaus: Koko kuviolla on noin 2860 tainta.

15. Anna ryhmille tehtäväksi pohtia yksittäisten mittaustulosten ja niistä lasketun keskiarvon eroa. Kumpi kuvaa paremmin taimikkoa kokonaisuutena?

- Keskiarvo kuvaa paremmin taimikkoa kokonaisuutena, ja sen avulla on mahdollista laskea taimien kokonaismäärä.

16. Kumpi on informatiivisempi? Koealojen joukko $K = \{7, 11, 10, 8, 9, 5, 12, 9, 9, 10\}$ vai niiden keskiarvo $\bar{t} = 9$?

    - Vaikka koealojen joukko ei kuvaa kuviota kokonaisuutena yhtä hyvin kuin niiden keskiarvo, niiden avulla on aina mahdollista laskea keskiarvo. Jos tiedetään vain keskiarvo, ei ole mahdollista päätellä yksittäisiä koealoja, joista se muodostuu. Siis koealojen joukko on hyödyllisempi.
    - Kukin koealamittaus kertoo yksityiskohtaista tietoa kuvion taimikosta. Mikäli mittaus on tallennettu gps-paikanninta hyödyntäen, yksittäiset koealat ovat vielä hyödyllisempiä.
    - Esimerkiksi koeala, jolla on vain viisi tainta, on mahdollisesti kivikkoisessa paikassa, ja koeala, jolla on 12 tainta, on erityisen hyvällä maaperällä.

Taimien kokonaismäärän sijaan usein ollaan kiinnostuneita taimien tiheydestä kuviolla. Tiheyden avulla on aina mahdollista laskea taimien kokonaismäärä kuviolla, kun kuvion pinta-ala on tiedossa. Tiheyden yksikkönä käytetään yleisesti yksikköä kpl/ha.

17. Miten saataisiin määritettyä taimien tiheys, kun koealat on mitattu?

    - Voidaan toimia kuten edellä taimien kokonaismäärää laskiessa, mutta käytetään kuvion pinta-alana A nyt yhtä hehtaaria.

18. Kuinka monta koealaa hehtaarille mahtuu? Oletetaan, että koealan mittaamiseen käytetään edelleen neljämetristä onkivapaa.

Nyt $A = 1\,ha$. Tällöin koealoja mahtuu kuviolle kaavan A.1 mukaan $n = \frac{1\,ha}{50{,}27\,m^2} = \frac{10000\,m^2}{50{,}27\,m^2} = 198{,}925... \approx 200\,(kpl)$. Siis koealakerroin on 200.

Taimien tiheyttä kuviolla kutsutaan myös runkoluvuksi ρ [74, s. 19]. Se saadaan kertomalla koealakerroin koealojen keskiarvolla $\hat{t}$ seuraavasti:

$$\rho = n\hat{t} \tag{A.3}$$

Koealakerroin n riippuu käytettävän koealan pinta-alasta A_k. Käytettäessä säteeltään neljämetristä ympyräkoealaa on koealakerroin $n = 200$, jolloin runkoluku saadaan seuraavasti:

$$\rho = 200 \cdot \hat{t} \tag{A.4}$$

Taulukko A.1 *Taimien tiheys.*

Taimia koealalla	Tiheys (kpl/ha)
5	1000
6	1200
7	1400
8	1600
9	1800
10	2000
11	2200
12	2400

19. Miksi kaava A.4 on nyt erityisen ”näppärässä” muodossa? Mitä hyöytä siitä voisi olla istuttajalle työskentelyn aikana?

    - Se on hyvin yksinkertainen; kerrotaan vain koealan taimien lukumäärä luvulla 200. Näin ollen yksi taimi koealalla vastaa aina 200 tainta koko kuviolla.
    - Taimia istuttaessa pyritään tiettyyn tiheyteen, ja kaavan avulla on helppo nopeasti tarkistaa, että kyseinen ns. perustamistiheys saavutetaan. Maaperän muodoista jne. johtuen joka kohdassa ei voida päästä perustamistiheyteen. Istuttajan tuleekin pyrkiä huomioimaan tämä kompensoimalla eli istuttamalla johonkin kohtaan perustamistiheyttä tiheämpään.

20. Anna oppilaiden tehtäväksi tehdä taulukko, jossa on sekä koealan taimien lukumäärä välillä $5 - 12$ että tällöin saavutettava tiheys.

Saavutettava tiheys saadaan laskettua kaavasta A.4. Esimerkki on esitetty taulukossa A.1.

21. Kerro oppilaille kyseisen kuvion perustamistiheys (Etelä-Suomen kuusimetsässä noin $1600 - 2200\, kpl/ha$) ja pohtikaa, miksi sellaiseen pyritään. Verratkaa myös määrittämäänne tiheyttä perustamistiheyteen ja pohtikaa, miksi ne poikkeavat (todennäköisesti määritetty tiheys on pienempi). Muutamia huomioita (tämä kysymys mahdollistaa hyvinkin monipuolisen tarkastelun, jossa yhdistyy sekä biologia, maantiede että taloustiede):

    - Tavoitetiheys on riippuvainen monista tekijöistä. Siihen vaikuttaa esimerkiksi: istutettava puulaji, leveysaste, korkeus merenpinnasta, metsänomistajan tahto sekä metsälaki.
    - Tyypillisesti talousmetsässä tavoitetiheys vaihtelee välillä $1200 - 2400\, kpl/ha$.

- Taimikon perustamistiheys on yleensä suurempi kuin pari vuotta istuttamisen jälkeen mitattu tiheys johtuen tuhoista (sääolosuhteet, istutusjälki, maaperä, tuholaiset).
- Istuttaja ei välttämättä aina voi vaikuttaa istutustiheyteen, sillä taimet istutetaan muokkaajan tekemille mättäille, ravinnerikkaille paikoille. Mättäitä ei aina ole riittävän paljoa.

2. Istutustyömaalla:

Työn toisessa osassa istutetaan pieni metsäkuvio. Aivan ensimmäisenä tutustutaan taimien oikeaoppiseen istuttamiseen ja välineisiin. Tässä apuna voi olla esimerkiksi metsänhoitoyhdistyksen edustaja. Oppimiskokonaisuuden toteutukseen osallistuvien opettajien kokemus istuttamisen suhteen on myös suotavaa, jotta istutus todella tapahtuu huolella. Pottiputkia ja taimivakkoja tuskin riittää joka oppilaalle. Jos putkia ei riitä kaikille oppilaille, voi opettajien työskentelyä jakaa tässä vaiheessa integroimalla oppiaineita. Ryhmät voidaan esimerkiksi jakaa kahteen osaan, joista toinen pohtii biologian ja maantiedon opettajan kanssa edellisessä osassa esitettyjä kysymyksiä ja joista toinen istuttaa.

1. Kunkin ryhmän tehtävänä on istuttaa ennalta sovittu määrä taimia. Kannattaa kuitenkin pitää huoli, ettei ylimääräisiä taimilaatikoita avata. Tarvittavaa taimimäärää voidaan ensin arvioida kuvion koon perusteella ja päättää sitten oppilaskohtainen määrä. Jos kuvio ei täyty, niin taimia voi lopussa jakaa pienissä määrissä. Istutettujen taimien kokonaismäärästä tulee pitää kirjaa. Riippuen putkien määrästä ja ryhmien määrästä yksi tai kaksi ryhmän jäsentä seuraavat ja tarkkailevat istutusjälkeä, kun loput istuttavat. Jossain vaiheessa ryhmän jäsenet vaihtavat tehtäviään.
2. Kun koko kuvio on istutettu, kukin ryhmä mittaa kuviolta viisi koealaa. Jos kuvio on isompi kuin hehtaarin verran, mitataan kutakin lisähehtaaria kohti yksi koeala lisää.
3. Koealoja ei yleensä valita satunnaisesti sieltä täältä, vaan koealat mitataan tasaisin, ennalta määrätyin, välimatkoin kuvion läpi kulkevalta suoralta linjalta.
4. Koealojen perusteella ryhmä laskee istutustiheyden.
5. Ryhmät vertaavat laskemiaan tiheyksiä keskenään ja vertaavat tiheyden avulla laskettua taimien kokonaismäärää todelliseen kokonaismäärään. Yhdessä voidaan arvioida menetelmän tarkkuutta ja mahdollisia virhelähteitä.

Tehtäviä:

Tehtävä 1: Kuinka monta koealaa kuviolle mahtuu, kun kuvion pinta-ala $A = 1{,}0 ha$ ja yhden koealan pinta-alaksi on valittu $A_k = 20\,m^2$? Myös tämän kokoisia koealoja käytetään. Laske myös koealan mittaamiseen käytettävän kepin pituus.

Tehtävä 2: Laske kuinka suuri ympyräkoealan säteen tulisi olla, jotta yhden hehtaarin alalla olisi tasan 200 koealaa.

Tehtävä 3: Istuttaja arvioi työmaasta olevan 100 metrin pituinen ja 20 metriä leveä kaistale istuttamatta. Tavoitetiheys on 1800 kpl/ha. Istuttamatta on viisi 90 taimen laatikkoa.

(a) Riittääkö taimet? Paljonko jää yli tai paljonko tarvitaan lisää?

(b) Mikä tulee kaistaleen koealaksi, jos kaikki taimet istutetaan?

(c) Jos kaikki taimet istutetaan, niin mikä tulee koko kuvion koealaksi? Koko alueen pinta-ala on 1 ha ja jo istutetun alueen koealaksi istuttaja mittasi 9,5.

Huom! Seuraavissa tehtävissä oletetaan, että hehtaarin alalle mahtuu tasan 200 koealaa, eli koeala on tasan $50\,m^2$.

Tehtävä 4: Istuttaja on mitannut valmiilta 2,3 ha kuviolta seuraavat koealat: 9, 7, 11, 9, 8, 10, 6. Taimia kuviolle meni kaiken kaikkiaan 4000.

(a) Laske koealojen avulla taimien kokonaismäärä kuviolla.

(b) Vertaa koealojen avulla laskettua kokonaismäärää taimien todelliseen menekkiin. Kuinka paljon suurempi tai pienempi todellinen menekki on prosenteissa?

(c) Millä välillä taimien tiheys vaihteli koealamittausten perusteella?

Tehtävä 5: Istuttaja on saanut puolet pienestä kuviosta istutettua, mutta on hieman epävarma istutustiheydestä. Hän mittaa istutetun alueen koealaksi 7. Kuinka hän kompensoi tilanteen, jotta koko kuvion perustamistiheydeksi tulee 1800 kpl/ha. Vinkki: Kuinka montaa tainta koealalla vastaa tavoiteltu perustamistiheys?

Tehtävä 6: Istuttaja on työpäivän loppuessa istuttanut 0,7 hehtaaria kahden hehtaarin kuviosta. Koealaksi hän on mitannut 8. Istuttaja arvioi taimien lisätarvetta.

(a) Jotta koko kuvion osalta saavutettaisiin perustamistiheys 1800 kpl/ha, kuinka paljon tarvitaan taimia kuvion loppuosalle?

(b) Istuttaja haluaa varmistua, että taimet riittävät, joten hän ottaa seuraavana päivänä kokemukseen perustuen 20 prosenttia arviota enemmän taimia mukaan. Kuinka monta laatikollista istuttaja ottaa taimia mukaan, kun yhdessä laatikossa on 90 tainta?

Taimet pyritään istuttamaan mahdollisimman tasaisin välimatkoin, tasavälein (miksi?). Kun taimien välinen keskimääräinen etäisyys on 2,4 metriä, tulee taimikon tiheydeksi 2000 kpl/ha. Vastaavasti etäisyyden ollessa 2,7 metriä tulee tiheydeksi 1600 kpl/ha.

Käytännössä tasavälein istuttaminen harvemmin onnistuu johtuen maanmuokkauksesta. Muokkaaja pyrkii tekemään istutuspaikkoja tietyllä tiheydellä, mutta tasavälisen muokkauksen tekemiseen menisi paljon aikaa. Toisaalta maaperän muodot tai kivet saattavat estää tekemästä tasavälein istutuspaikkoja.

Tehtävä 7: Osoita laskemalla, että edellä mainitut tiheydet toteuttavat niitä vastaavat taimien välimatkat. Vinkkejä:

1. Piirrä ensin kaksiulotteinen kuvio, jonka kärkipisteissä olevat taimet ovat kaikki yhtä kaukana toisistaan.
2. Merkitse kuvion yhtä sivua tuntemattomalla.
3. Piirrä kuvion viereen samanlaisia kuvioita (kuviot jakavat keskenään kärkipisteitä). Kun olet mielestäsi löytänyt oikean kuvion, pyydä opettajaa tarkistamaan. Hän antaa sinulle tulosteen, jossa kuvio on piirretty tarkasti.
4. Yritä muodostaa yhden tai useamman taimen ympärille sellainen säännöllinen geometrinen kuvio, jota kopioimalla on mahdollista täyttää koko paperi (kuvioiden väliin ei saa jäädä tyhjää).
5. Kuvioon kuuluvien taimien lukumäärän (ei välttämättä kokonaisluku) ja taimien tiheyden avulla on mahdollista laskea kuvion pinta-ala neliömetreissä. Millä toisella tavalla voit esittää pinta-alan?

Tutustu seuraavaksi (tehollisen) lämpösumman käsitteeseen. Aiheeseen liittyen löytyy tietoa esimerkiksi Ilmatieteenlaitoksen ja Eviran internetsivuilta. Katso myös Eviran julkaisema lämpösummakartta (ks. [22]), sitä käytetään tulevissa tehtävissä. Kartan yksi ruudun sivu vastaa 10 kilometriä maastossa.

Lämpösumman yksikkö on vuorokausiaste, *d.d.* Puiden siemenet ja taimitarhojen niistä viljelemät taimet ovat sopeutuneet tiettyihin olosuhteisiin. Metsänviljelyssä pyritään käyttämään paikallista alkuperää olevia siemeniä ja taimia. Alkuperän katsotaan olevan paikallinen, kun siementen tai taimien kasvu- ja viljelypaikan kasvukauden lämpösumma eroavat enintään $\pm 100\,d.d.$ Yhden kilometrin siirtyminen etelä-pohjoissuunnassa vastaa yhtä vuorokausiastetta – siis 100 kilometriä etelä-pohjoissuunnassa siirretyt siemenet tai taimet ovat paikallista alkuperää. Länsi-itäsuunnassa viljelyaineistoa voidaan siirtää vapaammin, mutta ei kuitenkaan aivan rannikolta. Myös korkeussuunnassa tehty siirto vaikuttaa lämpösummaan, ja 100 metrin siirtymä korkeussuunnassa vastaa lämpösummassa noin sadan vuorokausiasteen muutosta. [82, s. 101-102]

Mäntyä ja rauduskoivua voidaan siirtää pohjoisesta etelään enintään 150 vuorokausiasteen verran ja vastaavasti pohjoiseen päin mäntyä voidaan siirtää 100 vuorokausiasteen ja rauduskoivua 150 vuorokausiasteen verran. Kuusen osalta päästään usein parempiin tuloksiin siirtyessä etelästä pohjoiseen noin $100 - 300$ vuorokausiasteen verran. Pohjois-Suomessa on tarpeen käyttää aina paikallista alkuperää [81, s. 168].

Lämpösummakartan lisäksi saatat tarvita seuraavissa tehtävissä maastokarttaa (esim. m.retkikartta.fi), jonka mittaustyökalun avulla voit mitata etelä-pohjoissuuntaisen siirtymän.

Tehtävä 8: Tutki lämpösummakarttaa. (Tämä tehtävä soveltuisi erinomaisesti maantieteen oppitunnille)

(a) Kuvaile lämpösumman muutosta sekä etelä-pohjoissuunnassa että länsi-itäsuunnassa.

(b) Lämpösumma ei näytä noudattavan täysin väitettä, jonka mukaan 100 kilometrin siirtymä vastaa 100 vuorokausiasteen muutosta. Mitkä tekijät vaikuttavat siihen, että väite ei pidä paikkaansa (useita syitä)? Vinkki: Katso esim. Inari, ja katso tavalliselta kartalta mikä voisi selittää poikkeaman.

Tehtävä 9: Voidaanko (perustele vastauksesi) Nurmijärven taimitarhalla viljeltyjä kuusen taimia istuttaa

(a) Hämeenlinnassa

(b) Kuhmossa

(c) Sodankylässä

(d) Lappeenrannassa?

Tehtävä 10: Kuinka paljon pienempi lämpösumma on Rovaniemellä kuin Helsingissä

(a) lämpösummakartan mukaan

(b) ehdon ”100 kilometriä vastaa 100 vuorokausiastetta” mukaan?

Istutustyö soveltuu hyvin peruskoulun päättävälle. Istuttamalla on mahdollista tienata melko hyvin verrattuna muihin peruskouluikäiselle tarjolla oleviin kesätöihin nähden. Seuraavassa tehtävässä lasketaan istuttajan palkka hyödyntäen taulukkolaskentaohjelmaa ja erään istuttajan työajanseurantalistaa kymmenen työpäivän osalta. Aloittava istuttaja pääsee parin viikon harjoittelun jälkeen melko helposti noin kolmasosaan kokeneen istuttajan tuloista.

Tehtävä 11: Taulukossa A.2 on esitetty erään istuttajan työajanseurantalista. Istuttaja tekee työtä urakkapalkalla. Työsopimuksessa taimikohtaiseksi palkaksi on sovittu 9,5 $snt/taimi$ ja kantopalkaksi 10,5 e/h. Katso Metsäalan työehtosopimuksesta lomakorvaukseen ja matkoihin (työntekijä kulkee työnantajan autolla) liittyvät kohdat. Istuttajan tuloveroprosentti on 8,5 %. Laske välivaiheineen (esim. taimien ja kantotuntien kokonaismäärä) istuttajan nettopalkka taulukkolaskentaohjelmassa. Laske myös nettopäiväpalkka ja -tuntipalkka. Huomioi lomakorvausta laskiessasi, että matkakorvaus ei ole palkkaa.

Tutustu seuraavaa tehtävää varten hiilen kiertokulkuun. Erityisesti seuraavan tehtävän kannalta tulee ottaa selvää puiden kyvystä sitoa ilmakehän hiilidioksidia. Ota myös selvää tavallisen henkilöauton hiilidioksidipäästöistä.

Tehtävä 12: Kokenut istuttaja on istuttanut 120000 kuusen tainta touko-kesäkuun aikana. Ajatellaan huvikseen, että yksilön hiilijalanjälki voi pienentyä.

(a) Kuinka monta kiloa se istuttajan kohdalla pienenee siihen mennessä, kun puut ovat kasvaneet täyteen mittaansa?

(b) Istuttaja ajaa vapaa-ajallaan uudenkarhealla vähäpäästöisellä farmariautolla. Arvioi laskemalla kuinka monta kertaa hän voi ajaa Maan ympäri ennen kuin ”negatiivinen hiilijalanjälki” palautuu entiselleen. (Oletetaan, että ajaessa hiilijalanjälkeä kasvattaa ainoastaan auton hiilidioksidipäästöt).

Taulukko A.2 *Työajanseurantalista. Työtunnit ja ajokilometrit on mainittu kerran päiväkohtaisesti.*

Pvm	Työmaa	Kuvio	Taimia (kpl)	Kanto (h)	Työtunnit (h)	Ajo (km)
11.5.	Veikkola	A001	3920		10	62
12.5.	Veikkola	A001	1560		7	66
12.5.	Holma	A001	1240	1		
13.5.	Holma	A001	1280	6	10	56
14.5.	Holma	A001	3200	1	10	34
15.5.	Holma	A001	4160	1,5	12	56
18.5.	Karppinen	A032	2840	2	10	34
19.5.	Karppinen	A032	1280	1	13	76
19.5.	Karppinen	A029	2280	2		
19.5.	Karppinen	A022B	280			
21.5.	Pelkonen	A001E	1520		10	72
21.5.	Siltanen	A001	1680			
22.5.	Mikkola	A001A	640	0,25	12	86
22.5.	Mikkola	A001B	2240	0,25		
22.5.	Mikkola	A001C	960	0,25		

Tehtävä 13: Ilmakehässä on atomaarista hiiltä noin 720 gigatonnia hiilidioksidina ja muina hiiliyhdisteinä.

(a) Kuinka paljon hiilen määrä on kilogrammoina?

(b) Kuinka monen kuusen sitomaa hiilimäärää se vastaa? (Laske arvio)

(c) Jos istutustiheys on $1800\,kpl/ha$, niin kuinka monta neliökilometriä on istutettava puita, jotta kaikki hiili sitoutuu puihin? (Oletetaan, että hiili ei lisäänny ilmakehässä). Vertaa istutusalaa Suomen pinta-alaan.

A.2.2 Matikkavaellus

Aiheen esittely:

Luonnossa liikkuminen ja selviytyminen vaatii monenlaisia tietoja ja taitoja. Ennen kaikkea suunnistustaidot (esim. suunnanotto ja reitinvalinta) ovat tärkeitä kohteen löytämisen kannalta, mutta toisaalta myös mahdollisissa ongelmatilanteissa. Suunnistustaitojen avulla on mahdollista välttää turhaa kävelyä ja hankalia paikkoja ja näin ollen säästää aikaa ja tehdä ulkoilusta turvallisempaa. Suunnistamista on mahdollista harjoittaa perinteisesti kartan ja kompassin avulla, mutta myös Aurinkoa, tähtiä, eläimiä ja kasveja tarkkailemalla sekä kelloa tai gps-paikannusta hyödyntäen. Erityisen tärkeitä suunnistustaidot ovat vaellettaessa alueilla, joilla sääolosuhteet saattavat vaihdella äkillisesti, mutta myös laajoilla metsäalueilla. Eksymisen pelon takia moni saattaa jättää menemättä marjaan tai sieneen, ja joka vuosi ihmisiä eksyy jopa kaupunkien lähimetsiin.

Kartan lukeminen onnistuu vain, kun karttamerkit ovat tuttuja. Karttamerkkeihin voi olla tarpeen tutustua, sillä ne lienevät tuntemattomia hyvin suurelle osalle nuorista. Parhaiten karttamerkit ja kartan lukemisen oppii havainnoimalla ja tekemällä. Karttamerkkien tuntemisen lisäksi on tärkeää osata tehdä oikeita valintoja niihin perustuen. Esimerkiksi korkeuskäyrien oikeanlainen tulkinta saattaa nopeuttaa matkantekoa huomattavasti. Korkeuskäyriä tulkitsemalla on mahdollista päätellä monia erilaisia maastonmuotoja ja näin paikantaa sijaintinsa kartalla. Ympäristöä tulee kuitenkin myös osata havainnoida, jotta sijainnin määrittäminen onnistuu. Korkeuskäyrien avulla on mahdollista laskea kahden paikan välinen korkeusero. Maanpinnan muotojen ja laadun kuvaamista kutsutaan topografiaksi.

Karttamerkkien tulkitsemisen lisäksi on erityisen tärkeää ymmärtää mittasuhteen käsite ja osata soveltaa sitä. Mittakaavan avulla on mahdollista muuttaa kartalta mitattu matka todelliseksi matkaksi ja päinvastoin. Näin voidaan määrittää esimerkiksi kahden paikan välinen suora etäisyys, reitin pituus tai vaikka kahden vaihtoehtoisen reitin pituuden ero.

Tämän aiheen tarkoituksena on kiinnittää huomiota siihen, kuinka edellä esitettyjä asioita voidaan lähestyä matemaattisesti. Suunnistaminen, etenkin hankalassa maastossa, vaatii monialaisen tiedon yhdistelyä. Ongelma ei suinkaan ole vain matemaattinen, vaan oppilaiden tulee pohtia esimerkiksi erilaisissa maastoissa etenemistä sekä mahdollisia etenemisen esteitä. Tämän kaiken yhdistäminen vaatii nopeaa vaihtoehtoisten reittien suunnittelua ja niiden vertailua. Lyhyesti tavoitteena on optimoida aika, joka kuluu matkalla paikasta A paikkaan B.

Jotta oppilaille syntyisi käsitys korkeuskäyristä, tutustutaan kaltevuuden käsitteeseen konkreettisesti. Myös erilaisissa maastoissa etenemiseen on hyvä tutustua. Suunnistaessa ei aina ole mahdollista mitata välimatkoja kartalta, joten on tärkeää jollain tavalla pysyä tietoisena kulkemastaan matkasta. Tähänkin on olemassa yksinkertainen menetelmä, johon on tarpeen tutustua, ja kokeilla käytännössä, miten se toimii.

Suunnistamisen lisäksi tässä aiheessa tutustutaan myös vaeltamisen muihin haasteisiin. Vaeltaminen koetaan usein työlääksi suurten kantamusten vuoksi. Näin ei kuitenkaan tarvitse olla. Aiheessa tarkastellaan varusteiden ja retkeilyruuan valintaa monialaisesti; yksinkertaisesti niiden massan kannalta, mutta myös esimerkiksi monikäyttöisyyden, kestävyyden ja ravintoarvojen kannalta. Pidempään vaellusta harrastaneet tekevät esimerkiksi varustelistoja ja pyrkivät näin tuomaan ilmi turhia tai kevennyksen tarpeessa olevia varusteita. Luonnollisesti pelkkä varusteiden massojen ”pyörittely” ei takaa onnistumista, vaan tarvitaan paljon muutakin tietämystä.

Oppimistavoitteet:

- luvut ja laskutoimitukset: prosenttilaskenta, absoluuttinen erotus ja vertailuprosentti, prosenttiosuuden ja prosenttiluvun osoittaman määrän laskeminen
- algebra: verrannon käyttäminen tehtävän ratkaisussa
- geometria: tutkitaan suoriin, kulmiin ja monikulmioihin liittyviä ominaisuuksia, harjoitellaan geometrista konstruointia, varmennetaan ja laajennetaan mittayksiköiden ja yksikkömuunnosten hallintaa.

Keskeiset sisällöt:

- vaellusvarusteiden ja -ruuan suunnittelu ja optimointi, energiasisältö ja energiatiheys
- kartta ja mittakaava
- reitin valinta, nopeus, reittien vertailu painokertoimien avulla, askelparin käyttäminen
- suunnistaminen ja eteneminen maastossa, korkeuskäyrä, maastonmuodot, kaltevuus, absoluuttinen ja suhteellinen korkeus
- etäisyyden mittaus hyödyntäen kolmioiden yhdenmuotoisuutta
- kolmiomittaus
- suunnistaminen Auringon avulla, kulmanopeus.

Integroitavat oppiaineet: biologia, maantiede, liikunta, terveystieto, fysiikka.
Tarvittavat välineet: karttoja, kompasseja, retkeilyvarusteita (tarkempi lista jäljempänä), muistiinpanovälineet, harppi, viivain, lankaa, mittanauha, eväät.
Oppimisympäristö: noin 2-10 neliökilometrin alue, joka sisältää mahdollisimman monipuolisesti sekä luonnontilaista että rakennettua ympäristöä. Esimerkiksi retkeilyalue voisi soveltua hyvin aiheen oppimisympäristöksi.
Arvioitu kesto: 1-3 vuorokautta.
Toteutus:

Aiheen toteutus on suunniteltu lyhyen vaelluksen muodossa. Aihe on jaettu kahteen osaan, joista toinen liittyy vaelluksen suunnitteluun ja toinen vaelluksella etenemiseen ja suunnistamiseen. Mikäli aikaa on vähän tai sopivaa oppimisympäristöä ei ole, voidaan aiheesta jättää jotain pois.

1a. Vaelluksen suunnittelu: varusteet
Tässä osiossa tarkastellaan vaeltamisen suunnittelua ennen vaellukselle lähtöä. Tässä yhteydessä voisi käsitellä vaeltamista myös laajemmin. Aiheina voivat olla esimerkiksi varusteet, ruoka ja ruuanlaitto sekä turvallisuus. Mikäli resursseja löytyy, voidaan tässä osiossa tutustua konkreettisesti erilaisiin varusteisiin. Jos koululla, opettajilla tai oppilailla ei ole olemassa varusteita, voidaan pyytää jotain koulun ulkopuolista toimijaa kertomaan vaeltamisesta.

Vaelluksen suunnittelussa on tärkeää tutustua etukäteen vaellusreittiin. Vaelluksen kestolla, vaellusreitin haastavuudella sekä vaellusajankohdalla on merkittäviä vaikutuksia siihen, millaisia varusteita tai mitä ruokaa vaellukselle kannattaa ottaa mukaan. Varusteiden ja ruuan valintaan vaikuttaa useat seikat. Yleisesti pyrkimyksenä varusteita ja ruokaa valitessa tavoitteena on toisaalta mukavuus, mutta myös turvallisuus. Mukavuuteen vaikuttaa tietenkin varusteiden toimivuus ja ruuan maistuvuus. Vaeltaja joutuu kuitenkin tasapainottelemaan suunnitteluvaiheessa näiden ja varusteiden ja ruuan massan kanssa. Perinteisen ajattelutavan mukaan tukevien ja kestävistä materiaaleista valmistettujen vaellusvarusteiden käyttö luo turvallisuutta. Hiljattain on kuitenkin yleistynyt myös jossain määrin päinvastainen ajattelutapa, jonka harjoittamista kutsutaan kevytretkeilyksi. Kenties tärkein kevytretkeilyn käsite on ns. peruspaino, jolla tarkoitetaan niiden varusteiden massaa, jotka eivät kulu vaelluksen aikana. Seuraavan kahden pohdintatehtävän tarkoituksena on toimia aiheeseen johdattelevina. Pohdintatehtäviä varten oppilaat jaetaan ryhmiin. Ryhmiinjakoa varten kannattaa kysyä ensin oppilailta, kuka on esimerkiksi partiossa tai harrastaa vaellusta, ja sitten jakaa oppilaat ryhmiin siten, että jokaisessa ryhmässä olisi ainakin yksi ”asiantuntija”.

1. Anna oppilaiden tehtäväksi miettiä ryhmissä erilaisia keinoja peruspainon pienentämiseksi. Tehtävänä on pohtia myös, miten kukin keino vaikuttaa esimerkiksi mukavuuteen ja turvallisuuteen. Opettaja kokoaa oppilaiden ajatukset taululle. Seuraavassa muutamia esimerkkivastauksia:

    - Painavien varusteiden korvaaminen kevyemmillä. Kevyemmät varusteet saattavat sisältää vähemmän toimintoja ja toisaalta materiaalit saattavat olla herkempiä kulumiselle.

- Vähän käytettävien varusteiden jättäminen kotiin. Varusteita vähentäessä tulee olla hyvin tarkkana, sillä se saattaa vaikuttaa turvallisuuteen. Esimerkiksi ensiapupakkauksesta tinkiminen saattaa olla kohtalokasta. Toisaalta voi miettiä, onko vaelluksella tarpeen kuljettaa esimerkiksi retkituolia.
- Varusteiden monikäyttöisyyden hyödyntäminen. Esimerkiksi makuualustaa voi käyttää kevyen rinkan tukirankana sekä makuualustana. Saman varusteen useita toimintoja ei kuitenkaan välttämättä pysty käyttämään samanaikaisesti.
- Varusteiden keventäminen pienentämällä niitä mekaanisesti. Esimerkiksi makuualustan leikkaaminen kehon kokoiseksi tai hammasharjan katkaiseminen. Yleensä pienentäminen vaikuttaa sekä mukavuuteen että turvallisuuteen.
- Luonnon materiaalien hyödyntäminen. Kaasukeittimen sijasta voi vaellukselle ottaa ns. risukeittimen, jonka polttoaineena käytetään luonnosta löytyviä risuja, eikä kaasua tarvitse kuljettaa. Paksun makuualustan sijasta voi hyödyntää lehtiä. Luonnon hyödyntäminen vaatii harjoittelua, tietämystä ja aikaa, eikä sovellu kaikkiin ympäristöihin.

Kaikkien edellä mainittujen keinojen tuottama hyöty näkyy erityisesti peruspainon pienenemisenä, joka taas tekee vaeltamisesta huomattavasti mukavampaa. Kun vaeltaminen on kevyempää, on se myös turvallisempaa monessa mielessä. Esimerkiksi kevyemmän peruspainon myötä ei tapahdu niin herkästi kaatumisia ja toisaalta väsymys ei iske niin helposti. Varusteiden keventäminen ”ruokkii itse itseään”, sillä kun peruspaino pienenee, energiankulutus ja jalkojen kuormitus vähenevät ja nestetarve pienenee. Näin ollen ei esimerkiksi tarvitse kuljettaa niin paljoa ruokaa ja nesteitä mukanaan ja painavat vaelluskengät voi vaihtaa maastojuoksulenkkareihin. Yleisesti sääntönä pidetään, että rinkan kokonaismassa saisi olla enintään noin 30 prosenttia kantajan massasta.

2. Anna oppilaiden tehtäväksi laskea, kuinka paljon heidän rinkkansa saisi painaa edellä mainitun suosituksen mukaan. Lisäksi voi arvioida laskettua rinkan kokonaismassaa vaeltamisen kannalta. Tuntuuko kokonaismassa ylipäätään mahdolliselta selässä kannettavaksi?

Esimerkki 1. Akin massa on 75 kilogrammaa. Kuinka paljon Akin rinkka saa painaa enimmillään?

Suosituksen mukaan rinkka saisi painaa enintään 30 % kantajansa massasta. Siispä rinkka saisi painaa enintään $\frac{30}{100} \cdot 75\,kg = 22{,}5\,kg$.

Vastaus: Akin rinkka saa painaa enimmillään 22,5 kg.

3. Seuraavaksi tehdään yhdessä varustelista viikon vaellusta varten. Vaelluksen ajankohta on lumettoman maan aikaan ja sijainti eteläisessä Suomessa. Opettaja kirjaa varusteet taululle allekkain siten, että tilaa jää myös varusteiden massan merkitsemistä varten. Vaihtoehtoisesti voidaan käyttää myös taulukkolaskentaohjelmaa. Tässä vaiheessa voi myös jakaa varusteet tiettyihin varusteluokkiin kuten vaatteet, kantaminen/pakkaaminen, majoittuminen/yöpyminen, ruuanlaitto sekä sekalaiset tavarat.

4. Seuraavaksi oppilaiden tehtävänä on etsiä netistä (esimerkiksi valmistajien tai vaellusvarusteita myyvien kauppojen sivuilta) varusteiden massoja. Kukin ryhmä saa selvitettäväkseen osan varustelistan varusteista. Tavoitteena on hieman vertailla eri tuotteiden massoja ja pistää muistiin kevyin ja hieman painavampi vaihtoehto. Kevyimmän ja painavamman vaihtoehdon tulisi olla ominaisuuksiltaan samankaltaisia (esimerkiksi samaan lämpötilaan tarkoitettu untuva- ja kuitumakuupussi). Opettaja kokoaa varusteiden massat taululle.

Taulukossa A.3 on esitetty esimerkki varustelistasta. Kyseistä varustelistaa voidaan käyttää, mikäli edelliseen tehtävään ei ole aikaa. Sen avulla voidaan myös täydentää oppilaiden luomaa listaa. Varustelistassa on tyydytty esimerkin vuoksi esittämään ainoastaan oleellisimpia varusteita. Netistä löytyy paljon valmiita kattavampia varustelistoja, joita voi ja kannattaa käyttää varustelistaa tehdessä.

5. Seuraavaksi kukin ryhmä saa laskettavakseen yhden varusteluokan (joko kevyen tai painavamman) kokonaismassan. Opettaja laskee kevyiden ja painavampien varusteiden kokonaismassat.

6. Miten voitaisiin vertailla kevyempiä ja painavampia varusteita, varusteluokkia tai kokonaista varustelistaa keskenään?

Todennäköisesti joku vastaa, että laskemalla kevyen ja painavamman erotus. Tällöin on kyseessä absoluuttinen erotus, joka saadaan vähentämällä suuremmasta luvusta pienempi (mikä vastaa lukujen erotuksen itseisarvoa). Tässä tapauksessa erotus saadaan siis seuraavasti:

Taulukko A.3 *Esimerkkilista vaellusvarusteista massoineen.*

Varuste	Kevyt	Massa (g)	Painavampi	Massa (g)
Makuupussi	Cumulus Lite Line 300	640	Halti Ultra 25F	1800
Makuualusta	Thermarest Neo Air All Season M	529	Halti Ahma Std	880
Retkityyny	Exped Air Pillow	85	Haglöfs Apus	230
Teltta	Terra Nova Laser Photon 2	774	Halti Koli Finland 2	3800
Rinkka	ZPacks Arc Haul 60 l	680	Fjällräven Kajka 65 W	2900
Rinkan sadesuoja	ZPacks Medium Pack Cover	34	Fjällräven Rain Cover 60-75 l	140
Kuivasäkki n. 7 l	ZPacks Medium-Plus Dry Bag 9,5 l	27	Ortlieb PS10 7 l	54
Kuivasäkki n. 20 l	HMG UL Dyneema Cuben Sack 19,5 l	45	Ortlieb PS10 22 l	104
Keitin	Optimus Crux Lite (kaasu)	72	Trangia (sprii)	110
Kattila	Evernew ECA-253R Ti Pot 1,3 l	132	Primus LiTech Trek Kettle 1 l	285
Paistinpannu	Evernew ECA-442 Ti Pan	140	Primus LiTech Frying Pan	250
Juomapullo n. 1 l	Platypus Soft Bottle 1 l	35	Camelbak Eddy 1 l	172
Pyyhe	Backtowl Ultralite XL 69x127 cm	96	Sea to Summit Tek 120x60 cm	280

$$m_{painavampi} - m_{kevyempi} \tag{A.5}$$

Kaavassa $m_{painavampi}$ on painavamman varusteen, varusteluokan tai varustelistan massa ja vastaavasti $m_{kevyempi}$ kevyemmän.

7. Ryhmien tehtävänä on seuraavaksi laskea absoluuttinen erotus niille varusteille, jotka olivat aiemmassa tehtävässä ryhmän vastuulla. Opettaja laskee absoluuttisen erotuksen varusteluokille ja varustelistoille ja kokoaa tulokset taululle.

8. Millä muulla tavalla vertailua voisi suorittaa?

Toinen tapa vertailuun on laskea vertailuprosentti. Vertailuprosentti kuvaa kahden arvon suhteellista erotusta. Vertailuprosenttia laskiessa tulee valita kumpaa lukua verrataan kumpaan. Verrataan tässä tapauksessa, kuinka monta prosenttia vähemmän kevyempi varuste, varusteluokka tai varustelista painaa kuin vastaava painavampi. Ensin lasketaan verrattavien lukujen absoluuttinen erotus kaavan A.5 avulla. Tämän jälkeen lasketaan absoluuttisen erotuksen ja kuin-sanan jälkeen mainittua asiaa vastaavan luvun suhde ja kerrotaan se 100 prosentilla. Siispä vertailuprosentti saadaan seuraavan kaavan avulla:

$$\frac{m_{painavampi} - m_{kevyempi}}{m_{painavampi}} \cdot 100\% \tag{A.6}$$

9. Ryhmien tehtävänä on seuraavaksi laskea vertailuprosentti edellä laskettujen absoluuttisten erotusten lisäksi. Opettaja laskee vertailuprosentit varusteluokille ja varustelistoille ja kokoaa tulokset taululle.

10. Mitä huomioita voidaan tehdä taulukosta? Seuraavassa listauksessa on esitetty muutamia tärkeimpiä huomioita. Näiden huomioiden löytämiseksi voi olla tarpeen antaa oppilaille vihjeitä.

    - Kevyiden varusteiden kokonaismassa on (todennäköisesti) huomattavasti pienempi kuin painavampien, sekä absoluuttisesti että suhteellisesti.
    - Kevyiden ja painavampien varusteiden massaero tulee esille varusteluokissa majoittuminen/yöpyminen ja kantaminen/pakkaaminen, erityisesti absoluuttisesti.
    - Joidenkin varusteiden osalta suhteellinen erotus saattaa olla hyvinkin suuri, mutta absoluuttinen erotus melko pieni.

11. Kumpi on tärkeämpi varusteiden keventämisen kannalta, kun verrataan kahta erimassaista varustetta, suuri absoluuttinen vai suhteellinen erotus?

Varusteita keventäessä kannattaa kiinnittää huomiota erityisesti suuriin absoluuttisiin erotuksiin. Esimerkki: makuupussi.

12. Millaisissa varusteissa absoluuttiset erotukset ovat suurimpia?

Absoluuttinen erotus on yleensä suurimmillaan painavissa varusteissa, koska niissä on enemmän varaa keventää. Jotkin varusteet ovat, riippumatta esimerkiksi valmistusmateriaaleista, luonnostaan keveitä, joten niiden keventäminen on hankalaa. Niiden osalta voidaan kyllä saada aikaan melko suuria suhteellisia erotuksia massassa, mutta absoluuttiset erotukset jäävät usein pieniksi. Tosin mikäli pieniä absoluuttisia kevennyksiä tulee paljon, voi kertyä yllättävänkin suuri kevennys kokonaisuudessaan.

Kevytretkeilyn harrastajat käyttävät termiä "kolme suurta" viitaten kolmeen painavimpaan varusteeseen. Olipa kyseessä kevytretkeilijä tai kevytretkeilyyn perehtymätön, niin nämä kolme suurta ovat yleensä majoite, makuupussi + makuualusta ja rinkka. Tästä syystä erityisesti niitä valitessa kannattaa kiinnittää huomiota myös massaan.

Esimerkki 2. Käyttäen muodostettuja varustelistoja laske kolmen suuren osalta

(a) absoluuttinen erotus

(b) kuinka monta prosenttia vähemmän kevyet varusteet painavat kuin painavammat.

(a) Ensiksi lasketaan molempien varustelistojen osalta kolmen suuren yhteismassa. Kevyelle varustelistalle se on $m_{kevyempi} = 774\,g + 640\,g + 529\,g + 680\,g = 2623\,g$ ja painavammalle varustelistalle $m_{painavampi} = 3800\,g + 1800\,g + 880\,g + 2900\,g = 9380\,g$ Siispä absoluuttinen erotus on kaavan A.5 mukaan $m_{painavampi} - m_{kevyempi} = 9380\,g - 2623\,g = 6757\,g \approx 6{,}8\,kg$.

Vastaus: Kevyemmät kolme suurta ovat noin 6,8 kg kevyempiä kuin painavammat.

(b) Nyt kaavalla A.6 saadaan suhteelliseksi erotukseksi $\frac{6757\,g}{9380\,g} \cdot 100\,\% = 72{,}03...\,\% \approx 72\,\%$.

Vastaus: Kevyemmät kolme suurta ovat noin 72 % kevyempiä kuin painavammat.

1b. Vaelluksen suunnittelu: ruoka

Seuraavaksi tarkastellaan ruuan tarvetta vaelluksella päivittäisen energiantarpeen avulla. Kuten osion alussa mainittiin, voisi tämän osion yhteydessä tarkastella ruokaa sekä ruuanlaittoa vaelluksella laajemminkin. Vaikka edellä tehtävässä todettiinkin, että lyhyellä vaelluksella ei ole niin tärkeää, mistä ravintoaineista energiantarpeensa saa täyteen, kannattaa asiaan kuitenkin kiinnittää huomiota. Kun seuraavissa tehtävissä luodaan ruokalistaa yksittäiselle vaelluspäivälle, voidaan kiinnittää huomiota myös ravitsemuksellisiin seikkoihin esimerkiksi vertailemalla erilaisia vaihtoehtoja keskenään. Tässä yhteydessä voidaan tutustua myös ruuan pakkaamiseen, säilyvyyteen sekä ruuan kuivaamiseen.

13. Anna oppilaiden tehtäväksi pohtia keinoja ruuan massan pienentämiseksi. Seuraavassa muutamia esimerkkivastauksia:

    - Peruspainon pienentäminen vaikuttaa energiankulutukseen ja nestetarpeeseen, joten ruuan määrää voidaan vähentää.
    - Energiatiheiden ruokien käyttäminen. Koska vaellus on yleensä melko lyhytkestoinen, niin ei ole niin tärkeää, mistä ravintoaineista energian saa ja kuinka paljon ravinto sisältää hivenaineita ja vitamiineja.
    - Paljon vettä sisältävien ruokien korvaaminen kuivatuilla tuotteilla. Ruuan kuivaaminen on vanha säilömismenetelmä, jonka avulla on mahdollista keventää ruuan massaa jopa alle kymmenesosaan joidenkin tuotteiden kohdalla.
    - Pakkausten vaihtaminen kevyempiin. Kauppojen valmiit retkiruuat on usein pakattu ylisuuriin tai painaviin pakkauksiin.

Yksinkertaistuksen vuoksi luodaan vain yksittäisen päivän ruokalista sen sijaan, että luotaisiin jokaiselle vaelluspäivälle oma listansa. Mikäli aikaa tehtävään on enemmän, voidaan luoda myös muutama ruokalista enemmän ja näin monipuolistaa ruokaa sekä ravitsemuksellisesti että maun kannalta. Näin tehtävä on lähempänä todellisuutta. Käytännössä vaeltajat tekevät juuri näin ja vuorottelevat ruokalistoja, jotta ruuan maistuvuus säilyy. Seuraava pohdintatehtävä on tarkoitettu aiheeseen johdattelevana.

14. Mitä asioita tulee ottaa huomioon vaellusruokaa suunnitellessa? Seuraavassa muutamia huomioita:

    - energiatiheys
    - säilyvyys
    - maistuvuus
    - vaelluksen kesto / ruuan määrä
    - ravitsemuksellisuus
    - valmistaminen
    - veden saatavuus.

15. Missä yhteydessä energiatiheyksiä ilmoitetaan ja mitä käytetään yleisesti energiatiheyden yksikkönä?

- Lukuun ottamatta yhdestä ainesosasta valmistettuja jalostamattomia tuotteita, energiatiheys ilmoitetaan tuotteen ravintoarvomerkinnässä (aiemmin ravintosisältömerkintä), joka löytyy tuotteen tuoteselosteesta. Ravintoarvot (energia, rasva, hiilihydraatit, proteiini jne.) ilmoitetaan 100 grammaa tuotetta kohden.
- Ravintoarvomerkinnässä voi lukea esimerkiksi ”Energia/energi $1400\,kJ/335\,kcal$”, mikä tarkoittaa, että energiatiheys on käytettävästä energian yksiköstä riippuen $1400\,\frac{kJ}{100\,g}$ tai $335\,\frac{kcal}{100\,g}$.
- Suomessa käytetään yleisesti kilokaloreita (kcal) energian yksikkönä ruuan energiasisällön ja kulutuksen yhteydessä. Puhekielessä kilokaloreiden sijasta puhutaan usein virheellisesti kaloreista. Kuinka moninkertainen yksi kilokalori on suhteessa yhteen kaloriin?

16. Mitä eroa on energiasisällöllä ja energiatiheydellä?

- Energiasisältö kuvaa yksittäisen tuotteen (annoksen) energian määrää. Energiatiheys taas kuvaa kyseisen tuotteen energian määrää suhteessa johonkin määrään tuotetta (esim. 100 grammaa tai millilitraa tuotetta). Riippuen tuotteen olomuodosta (kiinteä tai neste) käytetään energiatiheydessä joko massaa tai tilavuutta.

17. Mikä on tavanomaisen suklaapatukan energiasisältö ja energiatiheys?

- Esimerkiksi Mars-patukan ($47\,g$) energiasisältö on $212\,kcal$ ja energiatiheys $451\,\frac{kcal}{100g}$.

Energiatiheys saadaan laskettua seuraavalla kaavalla:

$$D = \frac{E}{m} \tag{A.7}$$

Kaavassa E on energian määrä kilokaloreina tai kilojouleina ja m on kyseisen energiamäärän sisältävän annoksen massa. Jotta energiatiheyden yksiköksi saadaan esimerkiksi $\frac{kcal}{100\,g}$ täytyy tehdä yksikkömuunnos. Mikäli tuote on nestemäistä, käytetään kaavassa A.7 massan m tilalla tilavuutta V, jolloin yleisesti käytetty energiatiheyden yksikkö on $\frac{kcal}{100\,ml}$.

Esimerkki 3. Proteiinipatukan energiatiheys on $300\,\frac{kcal}{100g}$ ja massa $50\,g$. Mikä on yhden patukan energiasisältö?

Kaavasta A.7 saadaan kertomalla puolittain massalla m energian määrä E eli energiasisältö seuraavasti:

$$D = \frac{E}{m} \quad | \cdot m \tag{A.8}$$

$$Dm = E \tag{A.9}$$

$$E = Dm \tag{A.10}$$

Kaavaan A.10 sijoitetaan $D = \frac{300\,kcal}{100\,g}$ ja $m = 50\,g$, jolloin saadaan energiasisällöksi $E = \frac{300\,kcal}{100\,g} \cdot 50\,g = 150\,kcal$.

Vastaus: Yksi proteiinipatukka sisältää $150\,kcal$ energiaa.

Esimerkki 4. Kuinka paljon Aki ottaa suklaata vaellukselle mukaan, kun hän haluaa saada suklaasta energiaa $4000\,kcal$? Suklaan energiatiheys on $550\,\frac{kcal}{100\,g}$.

Kaavasta A.7 saadaan kertomalla ensin puolittain massalla m ja sitten jakamalla puolittain energiatiheydellä D massa m seuraavasti:

$$D = \frac{E}{m} \quad | \cdot m \tag{A.11}$$

$$Dm = E \quad | : D \tag{A.12}$$

$$m = \frac{E}{D} \tag{A.13}$$

Kaavaan A.13 sijoitetaan $E = 4000\,kcal$ ja $D = 550\,\frac{kcal}{100\,g}$, jolloin saadaan massaksi $m = \frac{4000\,kcal}{550\,\frac{kcal}{100\,g}} = 727{,}27...\,g \approx 730\,g$.

Vastaus: Aki ottaa suklaata vaellukselle noin $730\,g$.

Ruokalistan tekemistä varten on tarpeen tutustua ensin päivittäiseen energiantarpeeseen. Tätä varten voi käyttää esimerkiksi netistä löytyviä laskureita (hakusanoja: päivittäinen energiantarve, tdee), jotka ottavat huomioon esimerkiksi henkilön iän, sukupuolen, pituuden ja massan tai painoindeksin sekä aktiivisuustason. Riippuen vaelluksen haastavuudesta (esim. päivämatkan pituus, lämpötila, maasto) aktiivisuustason myötä tuleva kerroin vaihtelee välillä $1{,}5 - 3$. Tämä tarkoittaa, että päivittäinen energiantarve on keskimäärin hieman yli kaksinkertainen verrattuna levon aktiivisuustasoon. Aktiivisuuskertoimen sijasta voi halutessaan myös arvioida päivittäistä vaeltamiseen kuluvaa energiamäärää, ja lisätä sen päivittäiseen laskurilla laskettuun aktiivisuuskerrointa 1 vastaavaan energiantarpeeseen.

Esimerkki 5. Aki on 30-vuotias, painaa $78\,kg$ ja on $182\,cm$ pitkä. Kuinka suuri on hänen päivittäinen energiantarpeensa, jos aktiivisuustason kerroin on 2?

Käytetään netistä löytyvää laskuria (tässä käytetty laskurini.fi) energiantarpeen määrittämiseksi. Koska laskurissa ei ole aktiivisuustasoa, jonka kerroin olisi tasan 2, lasketaan lepoa vastaavan aktiivisuustason (kerroin 1) energiantarve, ja kerrotaan se kertoimella 2. Laskuri antaa tehtävänannossa annetuilla arvoilla energiantarpeeksi $1772\,kcal$. Kun se kerrotaan kertoimella 2, saadaan energiantarpeeksi $3544\,kcal$.

Vastaus: Akin päivittäinen energiantarve vaelluksella on noin $3500\,kcal$.

18. Seuraavaksi tehdään yhdessä yhden (tai aikataulun salliessa muutaman) päivän ruokalista vaellukselle. Tässä tehtävässä hyödynnetään netistä löytyviä valmiita ruokalistoja (hakusana esim. ruokalista vaellus) ja joko valmistajien ilmoittamia energiasisältöjä tai esimerkiksi THL:n elintarvikkeiden koostumustietopankki Fineliä (fineli.fi). Opettaja kokoaa ruuat taululle allekkain siten, että tilaa jää myös energiatiheydelle, massalle ja energiasisällölle. Vaihtoehtoisesti voidaan käyttää taulukkolaskentaohjelmaa. Ruuat on hyvä jakaa jo tässä vaiheessa eri aterioille, joita voisivat olla aamiainen, lounas, päivällinen ja illallinen. Lisäksi on tarpeen lisätä väliin muutama välipala. Tehtävän voi jakaa myös siten, että kukin ryhmä suunnittelee yhden aterian. Huom. vettä oletetaan yleensä olevan saatavilla, joten sitä ei huomioida ruokalistassa. Lisäksi on otettava huomioon se, että energiatiheys ilmoitetaan yleensä kohti valmista annosta, johon on lisätty vesi. Koska vettä ei kanneta mukana, niin on mahdollisesti laskettava energiatiheys kuivaa tuotetta kohti. Esimerkkiruokalista on esitetty taulukossa A.4. Tehtävää voi laajentaa ottamalla mukaan myös tuotteiden ravintoarvot, jolloin voidaan laskea päivittäinen ravintoaineiden saanti.

19. Mitä tulee huomioida turvallisuuden kannalta ruokalistaa suunnitellessa?

    - Ruokaa tulee olla enemmän kuin laskettu päivittäinen energiantarve edellyttää. Sopiva määrä selviää kokemuksen avulla, mutta noin 15 prosentin lisäys energiantarpeeseen tai vähintään yhden päivän lisäruoka pitäisi riittää, mutta etäinen vaelluskohde tai hankala sää saattavat edellyttää suurempaakin ylimäärää.

20. Seuraavaksi tavoitteena on täyttää päivittäinen energiantarve valitsemalla tietty määrä kutakin ruoka-ainetta. Ennen tätä on kuitenkin sovittava yhdessä päivittäinen energiantarve.

Taulukko A.4 *Esimerkki yhden päivän ruokalistasta vaellukselle.*

	Tuote (ilman nestettä)	Energiatiheys (kcal/100 g)
Aamiainen	Kaurapuuro	374
	Mustikka-vadelmakeitto	400
	Siemennäkkileipä	570
Välipala	Pähkinäsekoitus	630
Lounas	Jauhelihakeitto	500
Päivällinen	Riisi ja kana	415
Välipala	Pähkinäsekoitus	630
	Suklaa	550
Illallinen	Mysli	330

21. Kun ruokalistasta on saatu likimain päivittäinen energiantarve täytettyä, lasketaan ruuan kokonaismassa.

22. Ruuan kokonaismassa tulee kertoa vaelluspäivien lukumäärällä.

23. Seuraavaksi lasketaan peruspainon ja ruuan yhteismassa.

24. Miten laskettu yhteismassa suhtautuu aiemmin laskettuun rinkan enimmäismassaan? Lasketaan kuinka monta prosenttia pienempi tai suurempi yhteismassa on kuin henkilökohtainen enimmäismassa.

25. Pohditaan, miten yhteismassaa voitaisiin vielä pienentää.

2c. Suunnistaminen ja eteneminen vaelluksella: mittakaava

Tämän osion alussa tutustutaan karttamerkkeihin tutussa tai helpossa ympäristössä. Opetuksen tukena voi käyttää esimerkiksi Suomen Suunnistusliiton koulusuunnistuksen kehittämisprojektin materiaalia "Olé kartalla!" (olekartalla.fi). Suunnistaminen on tärkeä taito, jonka merkitys saattaa tuntua nykypäivänä vähäiseltä GPS-paikannuksen yleistymisen myötä. Tämän osion voikin aloittaa pohdintatehtävällä suunnistuksen tärkeyteen liittyen.

1. Miksi suunnistustaidot (esim. kartan ja kompassin käyttö) ovat tärkeitä, vaikka on olemassa GPS-paikantimia? Seuraavassa muutamia tärkeimpiä syitä:

   - GPS-paikannus ei toimi kaikkialla.
   - GPS-paikannus vie paljon virtaa ja vaatii jonkin elektronisen laitteen (GPS-paikantimen tai älypuhelimen), joka saattaa olla herkkä rikkoutumiselle.

- GPS-paikannin painaa, ja akku kuluu yleensä nopeasti, joten tarvitaan vara-akkuja tai laturi, jotka myös painavat.
- GPS-paikannin ei osaa suunnitella maastossa nopeinta ja turvallisinta reittiä, ainoastaan suorimman.
- GPS-paikantimen ruutu on huomattavasti pienempi kuin kartta, mikä hankaloittaa kokonaisuuden hahmottamista.

Vaelluksella jokainen oppilas tarvitsee oman kartan. Karttojen tulisi olla melko tarkkoja, jotta suunnistaminen niiden avulla olisi helppoa. Kartan lisäksi jokaiselle olisi hyvä olla oma kompassi ja lista yleisimmistä karttamerkeistä. Tehtäviä varten oppilaat kannattaa jakaa ryhmiin, joissa ainakin jollain on kokemusta suunnistamisesta.

2. Tutustutaan ensin yhdessä karttamerkkeihin. Tutustumispaikan olisi hyvä olla monipuolinen, jotta erilaisia karttamerkkejä vastaavia luonnonmuodostelmia olisi lyhyen kävelymatkan etäisyydellä. Tällä tavoin karttamerkit jäisivät paremmin mieleen.
3. Aivan ensimmäiseksi kunkin ryhmän tehtävänä on osoittaa kartalta tämän hetkinen olinpaikka. Opettaja tarkastaa, että jokainen ryhmä jäsenineen tietää sijainnin ja osaa perustella kartan avulla, miksi ollaan kyseisessä paikassa.
4. Karttamerkkeihin tutustuminen voidaan aloittaa lähimpänä olinpaikkaa sijaitsevista kohteista. Opettaja kysyy yksitellen karttamerkkejä kartalta. Kukin ryhmä voi vuorollaan vastata ja viedä ryhmän kyseisen kohteen ympärille.

Kun karttamerkit on käyty läpi, on aika tutustua mittakaavaan. Tätä varten on hyvä olla ainakin muutaman eri mittakaavan karttoja alueesta. Tässä yhteydessä voidaan tutustua myös erityyppisiin karttoihin (maastokartta, maantiekartta, suunnistuskartta).

5. Tarkastellaan kartalta etäisyyttä tämänhetkisestä olinpaikasta johonkin toiseen lähistöllä sijaitsevaan paikkaan, esimerkiksi lähellä olevalle nuotiopaikalle tai laavulle, jonne ollaan menossa syömään eväitä.
6. Anna oppilaiden tehtäväksi pohtia, miten matka voitaisiin määrittää kartan avulla.

Mahdollisesti joku oppilaista on joskus kuullut mittakaavasta ja mainitsee tämän. Joku voi osata tulkita mittakaavaa oikein ja todeta esimerkiksi, että ”yksi senttimetri kartalla vastaa kahta sataa metriä maastossa”. On kuitenkin tarpeen määritellä mittakaava tarkemmin jatkon kannalta. Mittakaava määritellään seuraavasti:

$$k = \frac{m'}{m} \tag{A.14}$$

Määritelmässä m' on janan pituus kuvassa, piirroksessa tai pienoismallissa ja vastaavasti m on sen esittämän todellisen kohteen pituus. Mittakaava on näiden kahden pituuden suhde, ja se ilmoitetaan usein käyttäen kaksoispistettä jakoviivan sijaan. Esimerkiksi mittakaava $k = 1{:}100$ sanotaan ”yhden suhde sataan”.

7. Milloin mittakaava k on suurempi kuin yksi eli $k > 1$? Missä tällainen mittakaava voisi esiintyä?
   - Kun piirroksen, kuvan tai kartan jana on pituudeltaan suurempi kuin sen todellinen vastine, on mittakaava $k > 1$.
   - Kyseessä on suurennos, ja sellainen voi olla tarpeen esimerkiksi pienten yksityiskohtien piirtämisessä.
8. Millaisia mittakaavoja kartoissa yleensä käytetään? Miksi tarvitaan karttoja, joissa on erilainen mittakaava?
   - Mittakaavat vaihtelevat paljon riippuen kartan käyttötarkoituksesta.
   - Suunnistuskarttojen mittakaavat ovat yleensä 1:4000 – 1:10000.
   - Maastokarttojen mittakaavat ovat yleensä 1:15000 – 1:50000.
   - Maantiekarttojen mittakaavat ovat yleensä 1:50000 – 1:250000.
   - Mittakaava vaikuttaa siihen, kuinka tarkasti maaston kohteita on mahdollista kuvata ja kuinka suuri alue voidaan kuvata tietynkokoisella kartalla.
9. Kumpi mittakaava on suurempi, 1:20000 vai 1:10000? Miksi?
   - Mittakaavan kohdalla saattaa tuntua hankalalta hahmottaa suuruusjärjestystä. Mittakaavojen esittäminen jakoviivan avulla saattaa helpottaa suuruusjärjestyksen hahmottamista. Jakoviivan avulla esitettynä mittakaavat ovat $1{:}20000 = \frac{1}{20000}$ ja $1{:}10000 = \frac{1}{10000}$. Tästä huomataan heti, että näistä jälkimmäinen on suurempi, sillä nimittäjä on pienempi kuin ensimmäisessä.

Tutustutaan vielä tarkemmin mittakaavaan seuraavien esimerkkien avulla.

Esimerkki 1. Jos mittakaava on 1:20000, niin kuinka montaa

(a) senttimetriä maastossa vastaa yksi senttimetri kartalla

(b) kilometriä maastossa vastaa kaksikymmentä senttimetriä kartalla

(c) senttimetriä kartalla vastaa kymmenen metriä maastossa?

(a) Nyt tiedetään janan pituus kartalla eli $m' = 1\,cm$ ja kartan mittakaava $k =$ 1:20000. Todellisen kohteen pituus m saadaan kaavasta A.14 kertomalla ensin puolittain pituudella m ja sitten jakamalla puolittain mittakaavalla k:

$$k = \frac{m'}{m} \quad | \cdot m \tag{A.15}$$

$$km = m' \quad | : k \tag{A.16}$$

$$m = \frac{m'}{k} \tag{A.17}$$

$$m = m' \cdot \frac{1}{k} \tag{A.18}$$

Kaavaan A.17 sijoitetaan $m' = 1\,cm$ ja $k =$ 1:20000, jolloin todelliseksi pituudeksi saadaan $m = \frac{1\,cm}{\frac{1}{20000}} = 20000\,cm$.

Vastaus: $1\,cm$ kartalla vastaa $20000\,cm$ maastossa.

(b) Kuten (a)-kohdassa, mutta sijoitetaan kaavaan A.17 nyt $m' = 20\,cm$ ja $k =$ 1:20000, jolloin todelliseksi pituudeksi saadaan $m = \frac{20\,cm}{\frac{1}{20000}} = 400000\,cm = 4000\,m = 4\,km$.

Vastaus: $20\,cm$ kartalla vastaa $4\,km$ maastossa.

(c) Nyt tiedetään kohteen todellinen pituus $m = 10\,m$ ja mittakaava $k =$ 1:20000. Sijoittamalla nämä kaavaan A.16 saadaan janan pituudeksi kartalla $m' = \frac{1}{20000} \cdot 10\,m = \frac{1}{2000}\,m = 0{,}5\,mm$.

Vastaus: $10\,m$ maastossa vastaa $0{,}5\,mm$ kartalla.

2d. Suunnistaminen ja eteneminen vaelluksella: reitin suunnittelu

Seuraavaksi harjoitellaan suunnistamisen perustaitoja. Tällaisia ovat esimerkiksi kartan suuntaaminen, oman olinpaikan määrittäminen ja suunnan ottaminen. Kun nämä on käyty läpi, voidaan siirtyä reitin suunnitteluvaiheeseen, joka on kenties tärkein ja haastavin osa suunnistamista.

10. Anna ryhmien tehtäväksi määrittää seuraavan kohteen etäisyys nykyisestä olinpaikasta. Kun kaikki ryhmät ovat mielestään päässeet ratkaisuun, käydään läpi, miten ryhmät ratkaisivat etäisyyden. Ensin yksi ryhmä voi kertoa vaihe vaiheelta oman tapansa. Mikäli jokin ryhmä toimi eri tavalla, käydään myös se läpi. Suora reitti kannattaa piirtää kartalle jatkoa varten.

11. Mikä tavoista on nopein ja yksinkertaisin? Esimerkki:

    - Mitataan ensin lähtöpisteen ja päätepisteen välinen etäisyys. Olkoon janan pituus kartalla esimerkiksi $m' = 13\,cm$.
    - Olkoon mittakaava k = 1:20000. Nyt voitaisiin sijoittaa janan pituus ja mittakaava kaavaan A.17, mutta jakolasku näyttää todella hankalalta päässä laskettavaksi.
    - Koska tiedetään, että $1\,cm$ kartalla vastaa $200\,m$ luonnossa, niin voidaan yksinkertaisesti kertoa keskenään luvut 13 ja 200 ja lisätä perään yksiköksi metri, jolloin saadaan $2600\,m$.
    - Kaavassa A.18 jakolasku on muunnettu kertolaskuksi; matka maastossa saadaan kertomalla janan pituus mittakaavan käänteisluvulla. Esimerkissä se tarkoittaisi seuraavaa laskutoimitusta: $13\,cm \cdot 20000 = 260000\,cm = 2600\,m$.

Reitinvalintaa varten on hyvä keskustella reitinvalintaan vaikuttavista tekijöistä. Erityisesti suunnistaessa tulisi vältellä etenemistä hidastavia tekijöitä. Tällaisia ovat esimerkiksi jotkin luonnonmuodostelmat (esim. jyrkänteet, jyrkät mäet, joet, leveät ojat), maaperät (esim. upottavat suot, kosteikot, järvet), yksittäiset esteet (esim. lohkareet, aidat), kasvillisuus (esim. tiheät metsät) ja alueet, joilla kulkeminen ei ole sallittua ilman lupaa (esim. piha- ja viljelysalueet). Kartta on yksinkertaisesti kaksiulotteinen kuva kolmiulotteisesta todellisuudesta. Jotta suunnistaminen sujuisi, on suunnistajan kyettävä muodostamaan karttamerkkien avulla käsitys siitä, miltä kartassa kuvatut kohteet näyttävät maastossa. Mutta erityisesti reittiä valitessa on vertailtava nopeasti useita vaihtoehtoja.

12. Mikä on tärkeää reittiä valitessa? Seuraavassa muutamia huomioita:

    - reitin pituus
    - reitille osuvan maaston mahdollistama kulkunopeus

- turvallisuus
- mahdollisesti myös maisemalliset tekijät (erityisesti vaelluksella).

13. Seuraavaksi kunkin ryhmän tehtävänä on suunnitella kaksi vaihtoehtoista reittiä kartalle. Toisen reiteistä tulee hyödyntää jotenkin rakennettua ympäristöä (esim. tiet, linjat, pellonreunat, rakennukset). Toisen reiteistä tulee olla lyhyempi, mutta kiertää suoran reitin varrella olevia esteitä mahdollisimman tehokkaasti. Reitit piirretään karttaan. Reitin ei tarvitse koostua ainoastaan suorista osuuksista.

14. Kokeillaan määrittää reittien pituudet.

15. Miten reitin pituus saadaan nyt määritettyä? Miten kaartavat osuudet vaikuttavat määrittämiseen?

    - Reitin pituus saadaan laskettua, kun tiedetään osuuksien yhteispituus kartalla ja kartan mittakaava. Laskeminen tapahtuu kuten edellä, mutta nyt reitti ei ole jana, vaan murtoviiva.
    - Kaartavien osuuksien mittaaminen ei onnistu kompassin mitalla eikä viivaimella. Reitin kokonaispituuden voi halutessaan mitata käyttäen lankaa, joka asetetaan tarkasti reitin päälle. Reitin päälle osuva osuus langasta on helppoa mitata viivaimella, kun langan suoristaa.

16. Kukin ryhmä määrittää suunnittelemiensa reittien pituudet. Tässä vaiheessa voidaan käydä läpi jokaisen ryhmän reittien pituudet.

Seuraavaksi pohditaan, miten voitaisiin määrittää reitin kulkemiseen kuluva aika, ja edelleen löytää nopein vaihtoehtoisista reiteistä. Luonnollisesti kyseessä on ainoastaan arvio. Tavoitteena on lähestyä aihetta tarkastelemalla suunnistajan etenemisnopeutta erilaisissa maastoissa. Erityisen haastavaa määrittäminen on reitillä, jossa maasto vaihtelee jatkuvasti. Tästä syystä tarkan ajan määrittämisen sijaan tarkoitus on ennemminkin tutustua ideaan. Käytännössä suunnistajat eivät todennäköisesti käytä aikaansa laskemiseen, vaan tekevät nopean arvion, joka perustuu heidän aiempiin kokemuksiinsa. Reitin optimoimiseen on kehitetty useita matemaattisia menetelmiä (ks. esim. [119]). Kehitellään seuraavaksi vaiheittain oma malli.

Ennen aiheen tarkempaa käsittelyä on tarpeen käydä läpi nopeuden määritelmä. Nopeus v määritellään seuraavasti:

$$v = \frac{s}{t} \tag{A.19}$$

Määritelmässä s on matka ja t on matkaan s kulunut aika. Nopeuden yleisesti käytettyjä yksiköitä ovat $\frac{m}{s}$ ja $\frac{km}{h}$.

17. Mitä tulee tietää, jotta voidaan määrittää reitin kulkemiseen kuluva aika?
    - reitin pituus
    - etenemisnopeus.
18. Kukin ryhmä saa tehtäväkseen miettiä etenemisnopeutta suunnittelemiensa reittien maastossa. Vertailukohta: kuntoharrastajan lenkkeilynopeus tasaisella tiellä on noin $8 - 12\,\frac{km}{h}$.
19. Miten kuvailisit etenemisnopeutta reitillä?
    - Etenemisnopeus vaihtelee paljon riippuen reitillä olevasta maastosta.
20. Miten tämän voisi huomioida laskiessa reitin kulkemiseen kuluvaa aikaa?
    - Reitin voi jakaa osiin etenemisnopeuden mukaan.
    - Mahdollista olisi myös arvioida keskinopeus ja laskea näin arvio kuluvasta ajasta.

Esimerkki 2. Reitti s koostuu viidestä osasta, joiden pituudet ovat $s_1 = 0{,}5\,km$, $s_2 = 1\,km$, $s_3 = 1\,km$, $s_4 = 0{,}5\,km$, $s_5 = 1{,}5\,km$. Olkoon osuudet s_1 ja s_3 tieosuuksia, s_2 ja s_5 metsäosuuksia (helppokulkuista metsää) ja osuus s_4 on suo-osuus (vaikeakulkuinen). Suunnistaja arvioi juoksevansa tieosuuksilla keskimäärin nopeudella $v_1 = 15\,\frac{km}{h}$, metsäosuuksilla keskimäärin nopeudella $v_2 = 10\,\frac{km}{h}$ ja suo-osuudella keskimäärin nopeudella $v_3 = 7\,\frac{km}{h}$.

(a) Kuinka pitkä reitti on kokonaisuudessaan

(b) Kuinka kauan suunnistajalla menee koko reitillä aikaa

(c) Mikä on suunnistajan keskinopeus koko reitillä?

(a) Reitin kokonaispituus saadaan laskemalla yhteen reitin muodostavien osien pituudet. Siispä reitin kokonaispituus $s = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 = 0{,}5\,km + 1\,km + 1\,km + 0{,}5\,km + 1{,}5\,km = 4{,}5\,km$.

Vastaus: Reitin kokonaispituus on $4{,}5\,km$.

(b) Nyt tiedetään kunkin osuuden pituus sekä etenemisnopeus kyseisellä osuudella. Osuuteen kuluva aika t saadaan ratkaistua kaavasta A.19 kertomalla ensin puolittain ajalla t ja sitten jakamalla puolittain nopeudella v:

$$v = \frac{s}{t} \quad | \cdot t \tag{A.20}$$

$$vt = s \quad | : v \tag{A.21}$$

$$t = \frac{s}{v} \tag{A.22}$$

Nyt kaavalla A.22 voidaan laskea yhteen osuuteen kuluva aika sijoittamalla siihen osuuden pituus sekä etenemisnopeus kyseisellä välillä. Koko reitin kulkemiseen kuluva aika t on osuuksiin kuluvien aikojen t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 summa. Siispä kokonaisaika saadaan seuraavasti:

$$t = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 \tag{A.23}$$

$$= \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} + \frac{s_3}{v_1} + \frac{s_4}{v_3} + \frac{s_5}{v_2} \tag{A.24}$$

$$= \frac{s_1 + s_3}{v_1} + \frac{s_2 + s_5}{v_2} + \frac{s_4}{v_3} \tag{A.25}$$

Kaavaan A.25 sijoitetaan tehtävänannossa annetut arvot, jolloin kokonaisajaksi saadaan $t = \frac{0{,}5\,km + 1\,km}{15\,\frac{km}{h}} + \frac{1\,km + 1{,}5\,km}{10\,\frac{km}{h}} + \frac{0{,}5\,km}{7\,\frac{km}{h}} = 0{,}1\,h + 0{,}25\,h + \frac{1}{14}\,h = 0{,}421...\,h \approx 0{,}42\,h \approx 25\,min.$

Vastaus: Kokonaisaika on noin 25 minuuttia.

(c) Nyt tiedetään sekä suunnistajan kulkema kokonaismatka s että matkaan kulunut kokonaisaika t. Siispä keskinopeus voidaan laskea kaavalla A.19. Sijoittamalla kaavaan kokonaismatka $s = 4{,}5\,km$ ja kokonaisaika $t = 0{,}42\,h$ saadaan keskinopeudeksi $v = \frac{4{,}5\,km}{0{,}42\,h} = 10{,}71...\,\frac{km}{h} \approx 10{,}7\,\frac{km}{h}$.

Vastaus: Keskinopeus koko reitillä on noin $10{,}7\,\frac{km}{h}$.

Edellinen esimerkki oli melko vaativa, ja laskeminen vie paljon aikaa. Seuraavaksi pohditaan, millä muulla tavalla voitaisiin ottaa huomioon osuuksien erisuuret etenemisnopeudet kulkemiseen tarvittavaa kokonaisaikaa määrittäessä.

Kaavan A.22 mukaan matkan s kulkemiseen kuluvaan aikaan t vaikuttaa sekä matkan pituus s että etenemisnopeus v. Edellisessä esimerkissä käytettiin eri etenemisnopeuksia kullekin osuudelle. Tutustutaan seuraavaksi toisenlaiseen menetelmään:

- Reitti s koostuu osuuksista $s_1 = 0{,}5\,km$, $s_2 = 1\,km$ ja $s_3 = 2\,km$. Etenemisnopeudet kyseisillä osuuksilla ovat vastaavasti $v_1 = 5\,\frac{km}{h}$, $v_2 = 10\,\frac{km}{h}$ ja $v_3 = 15\,\frac{km}{h}$.
- Edetään samalla tavalla kuin aiemminkin kokonaisaikaa laskiessa. Kaavaan A.25 sijoitetaan edellä mainitut arvot, jolloin kokonaisajaksi saadaan $t = t_1 + t_2 + t_3 = \frac{0{,}5\,km}{5\,\frac{km}{h}} + \frac{1\,km}{10\,\frac{km}{h}} + \frac{2\,km}{15\,\frac{km}{h}}$.
- Miten yhtälö saataisiin nyt sellaiseen muotoon, jossa etenemisnopeudet ovat kaikille osuuksille samat, esimerkiksi $15\,\frac{km}{h}$?
- Lavennetaan jokaista yhtälön oikean puolen termiä sopivasti. Toisin sanoen keksitään sellaiset kertoimet kullekin termille, että nimittäjistä tulee sama $15\,\frac{km}{h}$.
- Näin yhtälö saadaan seuraavaan muotoon: $t = {}^{3)}\frac{0{,}5\,km}{5\,\frac{km}{h}} + {}^{1{,}5)}\frac{1\,km}{10\,\frac{km}{h}} + \frac{2\,km}{15\,\frac{km}{h}} = \frac{3\cdot 0{,}5\,km}{15\,\frac{km}{h}} + \frac{1{,}5\cdot 1\,km}{15\,\frac{km}{h}} + \frac{2\,km}{15\,\frac{km}{h}} = \frac{3\cdot 0{,}5\,km + 1{,}5\cdot 1\,km + 2\,km}{15\,\frac{km}{h}}$.
- Saatua yhtälöä voidaan nyt tulkita siten, että nimittäjä on etenemisnopeus v ja osoittaja on kokonaismatka s huomioituna kunkin osuuden etenemisnopeudella. Osoittajan kahden ensimmäisen termin edessä on etenemisnopeudesta riippuvat kertoimet, joita voidaan kutsua myös painokertoimiksi. Kokonaismatka on $s = 0{,}5\,km + 1\,km + 2\,km = 3{,}5\,km$ ja edellä esitetty painotettu kokonaismatka on $s_{painotettu} = 3\cdot 0{,}5\,km + 1{,}5\cdot 1\,km + 2\,km = 1{,}5\,km + 1{,}5\,km + 2\,km = 5\,km$.
- Miten nyt voitaisiin verrata edellä esitettyä reittiä johonkin toiseen?
- Palataan ensin siihen, miten painokertoimet määräytyivät. Ensin valitaan suurin osuuksien etenemisnopeuksista, esimerkissä $v_3 = 15\,\frac{km}{h}$ on suurin. Sitten lasketaan kuinka moninkertainen suurin osuuksien etenemisnopeuksista on suhteessa muihin etenemisnopeuksiin. Suhteet vastaavat käytettäviä painokertoimia. Esimerkiksi ensimmäisen termin painokerroin saadaan etenemisnopeuksien $v_1 = 5\,\frac{km}{h}$ ja $v_3 = 15\,\frac{km}{h}$ suhteesta seuraavasti: $\frac{15\,\frac{km}{h}}{5\,\frac{km}{h}} = 3$. Käytännössä painokertoimet tietenkin opetellaan ulkoa kullekin maastolle.
- Reittien vertaamista varten voidaan laskea esimerkin tavalla jonkin toisen reitin painotettu matka. Reitti, jonka painotettu matka on lyhyempi, on nopeampi. Siis reitin kulkemiseen kuluvaa aikaa t ei itse asiassa tarvitse edes määrittää.
- Jos kuitenkin halutaan tietää kokonaisaika t, niin jaetaan painotettu matka $s_{painotettu}$ sillä etenemisnopeudella v, johon muita etenemisaikoja verrattiin painokertoimia määrittäessä.

21. Ennen seuraavaa tehtävää sovitaan yhdessä erilaisten maastojen etenemisnopeudet. Jos on aikaa, niin etenemisnopeudet voidaan määrittää käytännössä kulkemalla erilaisissa maastoissa. Koska menetelmää on tarkoitus kokeilla käytännössä, kannattaa tässä vaiheessa pyrkiä määrittämään etenemisnopeudet, jotka sopivat koko opetusryhmälle.

22. Seuraavaksi kunkin ryhmän tehtävänä on laskea edellä esitetyllä tavalla painotettu matka sekä suoralle reitille että kahdelle ryhmän suunnittelemalle reitille. Laskemista varten reitti kannattaa jakaa kartalla selviin osuuksiin. Reitit tulee merkitä kartalle selvästi, jotta muutkin ryhmät voivat tarkastella niitä. Myös reittien kokonaismatkat sekä painotetut matkat tulee merkitä kartalle. Tehtävässä on keskeisintä idean ymmärtäminen.

23. Kukin ryhmä vertailee reittien painotettuja matkoja. Mikä reiteistä on nopein ja mikä hitain? Onko suora reitti nopein?

24. Ryhmien suunnittelemat reitit voidaan laittaa kiertämään ryhmien kesken, jolloin oppilaat pääsevät tutustumaan myös muihin ratkaisuihin.

Jotta reittejä ei ainoastaan suunniteltaisi kartalla, edetään maastossa jokin suunnitelluista reiteistä. Kuljettavaksi reitiksi voidaan valita esimerkiksi painotetulta matkaltaan lyhin, ja palatessa voidaan kulkea suorinta reittiä vertailun vuoksi. Kulkemista varten tarvitaan gps-paikanninta, jotta kuljettu reitti vastaisi edes lähes suunniteltua reittiä. Kun reitti on kuljettu, voidaan vertailla matkan kulkemiseen kulunutta aikaa lasketun arvion kanssa ja pohtia mahdollisten poikkeamien syytä.

2e. Suunnistaminen ja eteneminen vaelluksella: askelpari

Seuraavaksi tutustutaan suunnistajien yleisesti käyttämään menetelmään, jonka avulla on mahdollista pysyä jatkuvasti selvillä edetystä matkasta. Jos etenee maastossa miettimättä yhtään, on hyvin vaikeaa tietää, kuinka pitkälle on edennyt. Kuljetun matkan jatkuvan tarkkailun avulla on helpompi pysyä kartalla. Toisaalta on myös helpompi palata kartalle, jos muistaa kuinka pitkän matkan on edennyt edellisestä tuntemastaan sijainnista. Suunnistajat puhuvat tässä yhteydessä ”vauhdin hakemisesta”. Se tarkoittaa palaamista tunnettuun sijaintiin, ja tällöin on tarpeen muistaa suurin piirtein kulkemansa matka, sekä matkan pituus että reitti. Matkan pituuden määrittämiseen suunnistajat käyttävät ns. askelparia. Askelpari on nimensä mukaisesti kahden askeleen mittainen matka.

25. Mitkä tekijät vaikuttavat suunnistajan askelparin pituuteen? Seuraavassa muutamia huomioita:

- suunnistajan juoksutyyli
- suunnistajan jalkojen pituus
- maasto.

26. Miten maasto vaikuttaa askelparin pituuteen?
    - Mitä hankalampi maasto, sitä lyhyempi askel. Joskus hankalassa maastossa askel saattaa tosin pidentyä, kun yrittää ”pomppia” esteiden yli tai tukevalta alustalta tukevalle alustalle.
27. Miksi käyttää askelparia eikä yksittäistä askelta tai useampaa kuin kahta askelta matkan määrittämiseen?
    - Askelparien laskeminen on helppoa, sillä niitä tulee vaan puolet verrattuna yksittäisiin askeliin. Toisaalta esimerkiksi neljän askeleen laskeminen yhtenä on jo huomattavasti hankalampaa ja parittomista askelista ainoastaan yhden askeleen laskeminen on helppoa. Mieti miksi parittomien askelten laskeminen, kuten kolmen askeleen laskeminen on erityisen hankalaa.
28. Miksi henkilön askelparia ei kannata määrittää yhden tai muutaman askeleen perusteella? Miten määrittäminen kannattaisi tehdä, jotta tulos olisi mahdollisimman luotettava?
    - Askelparin pituuden määrittäminen muutamasta askeleesta on hankalaa, sillä on vaikeaa astua luonnollisesti muutamaa askelta.
    - Mitä suurempi määrä askelia, sitä luonnollisemmaksi askeleet tulevat, jolloin saatu askelparin pituus on lähempänä todellista.
    - Käytännössä $10-20$ askeleen matka riittänee askelparin määrittämiseen. Matkalla olevan maaston tulisi olla samanlaista, joten kovin pitkältä matkalta määritystä ei voida tehdä, ja toisaalta mittaamisestakin tulee pitkällä matkalla hankalaa.
29. Miten askelparin pituus saadaan määritettyä?
    - Päätetään ensin kuinka monen askeleen matkalta määritys tehdään. Merkitään askelten lukumäärää kirjaimella n.
    - Valitaan tarkasti kohta, josta määritys aloitetaan. Päätetään, mitataanko matka jalkaterän edestä vai takaa.

- Kuljetaan ennalta sovittu määrä askelia. Jos haluaa tarkemman tuloksen ja mittaajia on riittävästi, voidaan myös aloittaa mittaus vasta esimerkiksi toisesta askeleesta ja lopettaa toiseksi viimeiseen, jolloin astuminen on luonnollisempaa.
- Mitataan kuljettu matka s.
- Lasketaan yhden askelparin pituus.

Askelparin pituus d saadaan jakamalla matka s askelten lukumäärällä n ja kertomalla tämä kahdella. Askelparin pituus d määritellään siis seuraavasti:

$$d = 2 \cdot \frac{s}{n} = \frac{2s}{n} \tag{A.26}$$

30. Kukin ryhmä määrittää seuraavaksi keskenään ryhmän kaikkien jäsenien askelparin pituuden.
31. Kenen askelpari oli pisin ja kenen lyhin? Kuinka monta prosenttia pidempi suurin askelpari on? Kuinka suuri absoluuttinen matkaero syntyy, kun henkilöt kävelevät 200 askelta?
32. Kokeillaan käytännössä askelparien laskemista ja verrataan askelparien avulla laskettua matkaa todelliseen gps-paikantimen avulla määritettyyn matkaan. Koska käytetään gps-paikanninta, voidaan kävellä myös hieman mutkitellen. Onko ero merkittävä?

Askelparia ei yleensä käytetä aivan lyhyillä osuuksilla. Pidemmillä osuuksilla askelpareja saattaa kertyä hyvinkin paljon. Suunnistaja pyrkii etenemään luonnollisesti mahdollisimman suoraan, mutta ylimääräisiä askelia tulee joka tapauksessa verrattuna suoraan reittiin. Kokenut suunnistaja voi osata jopa korjata syntynyttä virhettä vauhdissa. Maastolla on vaikutusta askelparien määrään, ja sitä voidaan huomioida samalla tapaa kuin aiemmin huomioitiin etenemisnopeuksia. Nyt painokertoimilla voidaan painottaa askelparin pituutta d. Jos on aikaa, niin voidaan tutkia, millaisia painokertoimia erilaisissa maastoissa tarvitaan.

2f. Suunnistaminen ja eteneminen vaelluksella: korkeuskäyrä, maastonmuodot ja kaltevuus

Seuraavaksi tutustutaan korkeuskäyriin ja kaltevuusprosenttiin. Korkeuskäyriin liittyen voidaan käyttää aikaa myös erilaisten luonnonmuodostelmien, kuten esimerkiksi harjujen ja suppien, tutkimiseen sekä kartalla että maastossa. Tavoitteena on saada oppilaat hahmottamaan kaksiulotteisen kartan esittämä maasto kolmiuloitteisena hyödyntäen korkeuskäyriä. Kaltevuusprosentin käsite on todennäköisesti tuntematon, vaikka se näkyy aina silloin tällöin arkielämässäkin. Tavoitteena on tutkia sekä korkeuskäyriä että kaltevuusprosenttia epätasaisessa ympäristössä. Opettajan on tarpeen käydä läpi korkeuskäyriin liittyvät perusasiat (erityisesti karttamerkit) ensin läpi.

33. Miten korkeuskäyrien avulla voidaan määrittää jonkin kartalta valitun kohdan absoluuttinen korkeus?

    - Ensinnäkin tarvitsee ensin tietää jonkin kartalla olevan paikan absoluuttinen korkeus. Tällainen voi olla esimerkiksi järvi, jonka korkeus merenpinnasta on ilmoitettu kartalla. Myös joidenkin muiden kohteiden korkeuksia merenpinnasta on ilmoitettu. Tarkemmin ottaen yleensä puhutaan, että jokin kohde on esimerkiksi $150\,m$ merenpinnan yläpuolella (vertailutaso). Kun vertailutasona käytetään merenpintaa, käytetään termiä absoluuttinen korkeus. Suhteellinen korkeus tarkoittaa tietyn paikan korkeutta suhteessa johonkin ympäristön paikkaan.
    - Valitaan esimerkiksi järvenranta, jonka korkeus merenpinnan yläpuolella tunnetaan. Lasketaan sitten järvenrannan ja kartalta valitun kohdan välille jäävien korkeuskäyrien lukumäärä siten, että ylöspäin johtavat korkeuskäyrät kasvattavat lukumäärää yhdellä ja alaspäin johtavat korkeuskäyrät pienentävät lukumäärää yhdellä. Korkeuskäyrien suunnan hahmottaminen saattaa olla aluksi hankalaa.

Korkeuden laskeminen tapahtuu siten, että korkeudeltaan tunnetun paikan korkeuteen h_0 lisätään korkeuskäyrien lukumäärä m kerrottuna yhden korkeuskäyrän suuruudella d. Siis korkeus saadaan seuraavasti:

$$h = h_0 + md \tag{A.27}$$

34. Kaavaa A.27 käyttäen on mahdollista laskea paikan sekä absoluuttinen että suhteellinen korkeus. Miten kaavan avulla saadaan laskettua paikan suhteellinen korkeus?

    - Käytetään tunnetun paikan korkeutta h_0 vertailutasona eli annetaan sille korkeudeksi $0\,m$ (vrt. fysiikassa esim. potentiaalienergian nollataso).
    - Tällöin kaava muuttuu yksinkertaisempaan muotoon: $h = md$.

35. Miksi erityisesti suhteellinen korkeus on tärkeä?
    - Reitin varrella olevat suhteelliset korkeudet kuvaavat maaston jyrkkyyttä, joka vaikuttaa kulkemiseen.
    - Myös absoluuttinen korkeus on tärkeä joskus, erityisesti sen ollessa hyvin suuri; esimerkiksi korkeassa vuoristossa käveleminen on haastavaa monista syistä. Absoluuttinen korkeus on suoraan yhteydessä paikan sääolosuhteisiin.
    - Absoluuttisen korkeuden määrittäminen saattaa olla kartan avulla haastavaa, sillä kartan kohteiden absoluuttisia korkeuksia on yleensä ilmoitettu melko vähän.
36. Valitaan seuraavaksi lähistöltä jokin melko jyrkkä mäki. Kukin ryhmä määrittää mäen huipulta valitun kohdan absoluuttisen korkeuden sekä suhteellisen korkeuden. Vertaillaan tuloksia.
37. Onko merkitystä, millaista reittiä pitkin määrittää nousevien ja laskevien korkeuskäyrien muodostaman summan? Miksi?
    - Suora reitti saattaa vaikuttaa ainoalta vaihtoehdolta, mutta näin ei ole. Tilanne on verrattavissa useisiin fysiikan suureisiin; tehdyn työn reitti ei vaikuta työn suuruuteen, ainoastaan matkaan ja tarvittavaan voimaan. ”Mikä voimassa voitetaan, se matkassa hävitään”. Tämä ei kuitenkaan suoraan koske ihmisen kävellessään tekemää työtä, vaan ainoastaan mekaanista siirtotyötä.
    - Reitti, jonka avulla suhteellinen korkeus lasketaan, kannattaa miettiä siten, että reitillä olisi mahdollisimman paljon joko nousevia tai laskevia korkeuskäyriä riippuen reitin suunnasta.
    - Määrittäminen on helpompaa, kun reitti kulkee mahdollisimman paljon kohtisuorassa korkeuskäyriin nähden. Tarvittaessa voi siirtyä pitkin korkeuskäyrää helpompaan kohtaan, ja jatkaa määrittämistä siitä.
38. Kunkin ryhmän tehtävänä on määrittää suhteellinen korkeus vielä jotain toista reittiä pitkin. Tuliko sama tulos?

Kävellään seuraavaksi sellaiseen kohtaan mäkeä, jossa nousu on melko tasaista. Tarkastellaan mäen kaltevuutta. Kaltevuuden mittausta varten kehitetään yksinkertainen menetelmä, joka on käytännöllinen esimerkiksi vaelluksella.

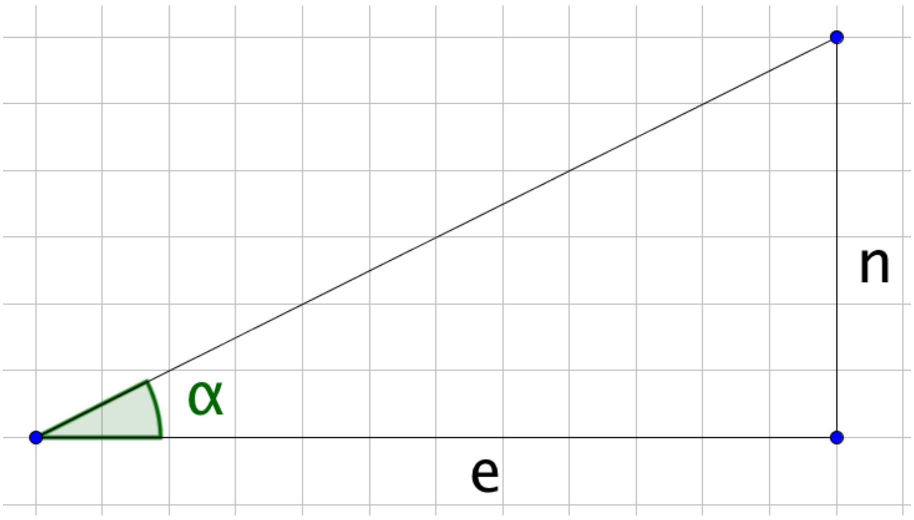
39. Millä tavoin voitaisiin kuvata mäen kaltevuutta? Millä tavoin olet nähnyt kuvattavan mäen kaltevuutta?

- kaltevuuskulman avulla, yksikkönä aste
- nousun ja etenemän suhteen eli kaltevuuden suhdeluvun avulla
- kaltevuusprosentin avulla, ilmoitetaan prosenteissa.

40. Missä olet nähnyt käytettävän kaltevuutta ilmaisevia suureita? Muutamia esimerkkejä:
    - Kaltevuuskulmaa käytetään etenkin piirroksissa, joissa kuvataan jonkin rakenteen poikkileikkausta.
    - Kaltevuuden suhdelukua käytetään esimerkiksi kattojen, portaiden ja luiskien kaltevuutta kuvattaessa.
    - Kaltevuusprosenttia käytetään esimerkiksi teiden, rautateiden ja laskettelurinteiden kaltevuutta kuvattaessa.

Kaltevuus määritellään käyttäen nousua n ja etenemää e. Kuvassa A.1 on esitetty sekä nousu ja etenemä että kaltevuuskulma α. Kaltevuuden suhdeluku k saadaan nousun ja etenemän suhteena seuraavasti:

$$k = \frac{n}{e} \tag{A.28}$$



Kuva A.1 *Kaltevuuskulma α etenemän e ja nousun n avulla.*

Käyttäen apuna trigonometriaa, saadaan kaltevuuden suhdeluvusta kaltevuuskulma α helposti, sillä kaltevuuskulman α tangentti (vastaisen ja viereisen kateetin suhde) on yhtä suuri kuin kaltevuuden suhdeluku k:

$$\tan(\alpha) = \frac{n}{e} = k \quad | \arctan() \tag{A.29}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{n}{e}\right) \tag{A.30}$$

arctan on tangentin käänteisfunktio, jonka avulla nousun ja etenemän suhde saadaan muutettua kulmaksi.

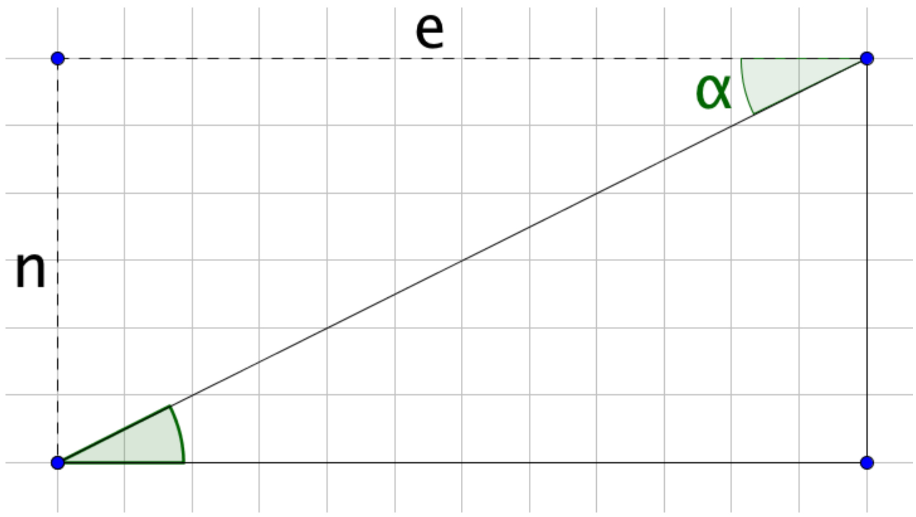
Kaltevuusprosentti $k\%$ saadaan kertomalla kaltevuuden suhdeluku k sadalla prosentilla. Siis kaltevuusprosentti määritellään seuraavasti:

$$k\% = k \cdot 100\,\% = \frac{n}{e} \cdot 100\,\% \tag{A.31}$$

Jos mäen kaltevuusprosentti on esimerkiksi 10 %, voidaan sanoa, että yhden metrin etenemä vastaa $\frac{10}{100} \cdot 1\,m = 0{,}1\,m$ nousua. Eli kävellessä yksi metri eteenpäin noustaan kymmenen senttimetriä.

41. Miten kaltevuuden määrittäminen onnistuu parhaiten käytännössä? Seuraavassa esimerkki:
    - Valitaan rinteestä kaksi kohtaa, joiden väliltä halutaan määrittää kaltevuus.
    - Mitataan näiden kahden kohdan väliltä nousu ja etenemä.
    - Ongelma: etenemää ja nousua on käytännössä mahdotonta mitata ”mäen sisästä”.
    - Ongelma ratkeaa peilaamalla maanpinnan, etenemän ja nousun muodostama suorakulmainen kolmio sekä pysty- että vaakasuunnassa. Peilattu kolmio on yhtenevä alkuperäisen kanssa. Nyt tosin sekä etenemä että nousu ovat maanpinnan yläpuolella ja siten mitattavissa. Peilattu kolmio on esitetty kuvassa A.2.
42. Mittaaminen saattaa edelleen tuottaa vaikeuksia. Ei riitä, että etenemä ja nousu ovat toisiaan vastaan kohtisuorassa. Mitä muuta pitää huomioida ja miten kyseinen asia voidaan ottaa huomioon?
    - Nousun tulee olla samansuuntainen Maan säteen kanssa.
    - Tämän varmistamiseksi voidaan käyttää fysiikasta tuttua luotisuoraa, joka voidaan askarrella helposti langasta ja punnuksesta.
43. Kunkin ryhmän tehtävänä on määrittää mäen kaltevuus ja ilmoittaa se kolmella edellä esitetyllä tavalla.

Miten vaellussauvoista voitaisiin tehdä apuväline kaltevuuden mittaamiseen? Seuraavassa esimerkissä on kuvattu, miten tämä onnistuu.



Kuva A.2 *Etenemän e ja nousun n määrittäminen peilatun kolmion avulla.*

Esimerkki 3. Olkoon esimerkin vaellussauvojen pituus 1,2 m.

- Vaellussauvoja käytetään siten, että toista sauvoista käytetään koko pituudeltaan ja toista osittain.
- Koska nousu on yleensä pienempi kuin etenemä, niin tehdään tarvittavat merkinnät sauvaan, jota käytetään nousun mittaamiseen.
- Etenemä on tällöin sauvan pituus eli $e = 1{,}2\,m$. Tämä sauva asetetaan ylämäkeen siten, että se on kohtisuorassa luotisuoraa vastaan. Käytännössä luotisuoran pystyy yleensä arvioimaan melko hyvin ympäristöstä (esim. läheisistä puista).
- Nyt nousua mittaava sauva asetetaan pystyasentoon toisen sauvan päähän. Etenemää kuvaavaa sauva osuu nyt tietylle korkeudelle nousua mittaavassa sauvassa. Nousu n voidaan määrittää, ja kaavan A.31 avulla saadaan laskettua edelleen kaltevuusprosentti $k\%$.

Miten edellä kuvattu menetelmä saataisiin toimimaan siten, että vaelluksella ei tarvitsisi käyttää aikaa nousun n mittaamiseen ja kaltevuusprosentin $k\%$ laskemiseen?

- Koska etenemä e tiedetään etukäteen, voidaan joko valita jokin kaltevuuskulma tai nousu n ja laskea puuttuva tieto.
- Valitaan esimerkiksi nousu n väliltä 5-85 cm 10 cm:n välein ja lasketaan kullekin kaltevuuskulma.
- Merkitään kyseinen kaltevuuskulma sitä vastaavalle korkeudelle sauvaan.

Esimerkki 4. Lasketaan esimerkiksi 15 cm:n nousua vastaava kaltevuusprosentti. Kaavaan A.31 sijoitetaan etenemä $e = 1{,}2\,m$ ja nousu $n = 15\,cm$, jolloin kaltevuusprosentiksi saadaan $k\% = \frac{15\,cm}{1{,}2\,m} \cdot 100\% = \frac{0{,}15\,m}{1{,}2\,m} \cdot 100\,\% = 12{,}5\,\%$.

Vastaus: 15 cm:n nousua 1,2 m:n matkalla vastaa 12,5 %:n kaltevuusprosentti.

44. Kukin ryhmä saa tehtäväkseen laskea yhden kaltevuuskulman vaellussauvaan. Lopuksi merkitään kohdat vaellussauvaan ja kokeillaan, miten menetelmä toimii käytännössä.

2g. Suunnistaminen ja eteneminen vaelluksella: etäisyyden arviointi
Seuraavaksi tutustutaan yksinkertaiseen keinoon arvioida etäisyyksiä. Menetelmän käyttö tulee kyseeseen, kun karttaa tai gps-paikanninta ei ole jostain syystä käytössä. Toisaalta menetelmä soveltuu myös erityisesti tuntemattoman kohteen etäisyyden arviointiin. Menetelmän avulla voidaan myös paikantaa oma sijainti melko tarkasti, mikäli maastossa näkyy kartalta tunnistettavia kohteita.

45. Millä menetelmällä voidaan arvioida kaukaisen kohteen etäisyys ilman karttaa tai gps-paikanninta? Seuraavassa kaksi esimerkkiä, joihin tutustutaan tarkemmin:

    - Jos jonkin kaukaisen kohteen mitat tiedetään, voidaan hyödyntää kolmioiden yhdenmuotoisuutta kohteen etäisyyden selvittämiseksi.
    - Kolmiomittaus, jossa hyödynnetään kolmion kulmien suuruutta sekä kahden eri tarkastelukohdan välistä etäisyyttä.

46. Pohditaan seuraavaksi, miten kolmioiden yhdenmuotoisuuden avulla voidaan selvittää kohteen etäisyys. Etsitään läheisyydestä jokin paikka, josta on hyvä näkyvyys. Valitaan jokin selvärajainen kohde, joka sijaitsee kaukaisuudessa ja määritetään sen etäisyys. Katsellaan kohdetta. Mihin voidaan kuvitella kolmio, jos yksi kolmion pisteistä on katsojan silmä?

    - Kohteeseen voidaan ajatella esimerkiksi vaaka- tai pystysuuntainen jana, joka päättyy kohteen reunoihin, ja jonka päätepisteet ovat kolmion kaksi muuta kulmaa.

47. Miten saataisiin aikaan toinen kolmio, joka on yhdenmuotoinen edellä kuvatun kanssa, mutta jonka kahden sivun pituus tunnetaan tai voidaan helposti mitata liikkumatta paikalta? Ratkaisu on esitetty kuvassa A.3 (s. 172).

- Ota maasta suora tikku ja kiinnitä sen päähän esimerkiksi langanpätkä.
- Aseta langan toinen pää silmäsi alapuolelle ja liikuta tikkua siten, että se sopii täsmälleen kohteen päälle.
- Mittaa nyt tikun pituus ja tikun etäisyys silmästä.

48. Miten saisit määritettyä kohteen etäisyyden käyttäen edellä määritettyjä mittoja sekä arvioitua kohteen kokoa? Oletetaan, että toinen kohteen kulmista on suorakulmainen eli toinen silmistä lähtevistä kolmion sivuista tulee aivan kohtisuoraan vasten edellä mainittua vaaka- tai pystysuuntaista janaa.

    - Koska kolmiot ovat yhdenmuotoiset, kolmioiden vastinsivut ovat verrannollisia ja voidaan muodostaa verranto, jossa ainoastaan yhden sivun pituus on tuntematon. Koska verrannossa on vain yksi tuntematon, voidaan se ratkaista.

Kuva A.3 *Silmän, kohteen ja tikun muodostamat yhdenmuotoiset kolmiot.*

Esimerkki 5. Aki näkee toisella puolella järveä henkilöauton, jonka pituudeksi hän arvioi 3,8 − 4,5 m. Aki ottaa maasta tikun ja kiinnittää siihen langanpätkän. Kun 1 cm pitkä tikku on 65 cm:n etäisyydellä Akin silmästä, tikku ja auto osuvat päällekkäin. Kuinka pitkä on matka vastarannalle?

Merkitään pituuksia seuraavasti: tikun pituus $l_{tikku} = 1\,cm$, tikun etäisyys silmästä $s_{tikku} = 65\,cm$, auton etäisyys silmästä $s_{auto} = x$ ja auton pituus $l_{auto} = 3{,}8...4{,}5\,m$.

Koska kolmioiden vastinsivut ovat verrannollisia saadaan seuraavanlainen verranto, josta ratkaistaan auton etäisyys s_{auto}:

$$\frac{l_{tikku}}{s_{tikku}} = \frac{l_{auto}}{s_{auto}} \quad | \; kerrotaan\ ristiin \tag{A.32}$$

$$l_{tikku} \cdot s_{auto} = s_{tikku} \cdot l_{auto} \quad | : l_{tikku} \tag{A.33}$$

$$s_{auto} = \frac{s_{tikku} \cdot l_{auto}}{l_{tikku}} \tag{A.34}$$

Lasketaan ensin auton etäisyys, kun arvio sen pituudesta on $l_{auto} = 3{,}8\,m$. Sijoitetaan yhtälöön A.34 tunnetut pituudet, jolloin saadaan auton etäisyydeksi $x = \frac{65\,cm \cdot 3{,}8\,m}{1\,cm} = \frac{0{,}65\,m \cdot 3{,}8\,m}{0{,}01\,m} = 247\,m \approx 250\,m$.

Vastaavasti, kun arvio auton pituudesta on $l_{auto} = 4{,}5\,m$, saadaan auton etäisyydeksi $x = 292{,}5\,m \approx 290\,m$.

Vastaus: Vastarannalle on matkaa noin $250 - 290\,m$.

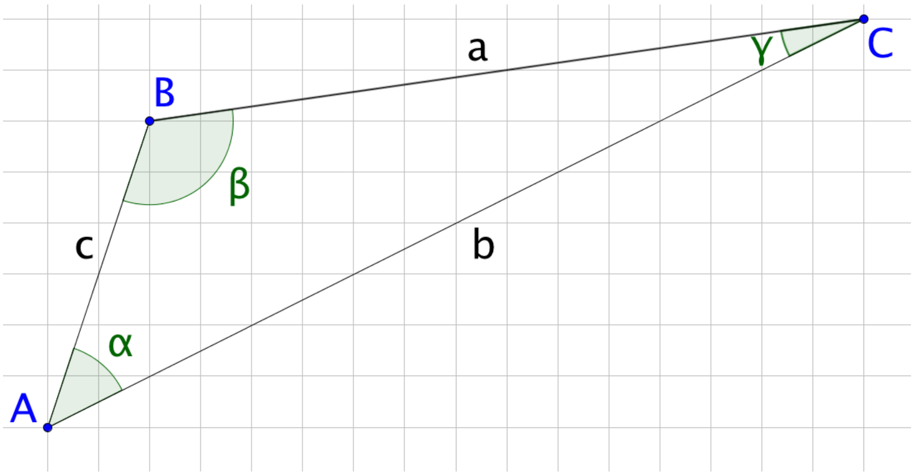
49. Seuraavaksi valitaan yhdessä jokin kohde, jonka etäisyyden kukin ryhmä määrittää edellä kuvatulla tavalla.
50. Mitataan lopuksi etäisyys kartalta ja verrataan menetelmällä saatuihin tuloksiin.

2h. Suunnistaminen ja eteneminen vaelluksella: kolmiomittaus

Pyritään seuraavaksi kehittelemään kolmiomittauksen idea. Kolmiomittauksen tarkemman käsittelyn voi jättää myös oppitunnille, jolla tehdään aiheeseen liittyviä tehtäviä. Ratkaisu on melko haastava, mutta idean yksinkertainen käsittely on mahdollista myös ulkona.

51. Valitaan jokin kaukainen selvästi näkyvä kohde, jonka etäisyys halutaan selvittää. Kohteen etäisyys ei ole suoraan mitattavissa.
52. Käytettävissä on suuri kulmamitta ja pitkä mittanauha. Mieti mitä kolmiosta tulee tietää, jotta kolmion kaikkien muiden sivujen pituudet ja muiden kulmien suuruudet voidaan määrittää. Vaihtoehtoja on useampia, mutta ainoastaan yksi vaihtoehdoista soveltuu tilanteeseen.
53. Vinkki: Kohdetta tarkastellaan kahdesta eri paikasta, joiden välimatka on mitattavissa.
54. Vinkki: Piirrä kuva tilanteesta. Merkitään tarkastelupaikkoja kirjaimilla A ja B ja kohdetta kirjaimella C ja näitä vastaavia kolmion kulmia α, β ja γ. Esimerkkikuva on esitetty kuvassa A.4.
55. Mitkä kolme asiaa kolmiosta voidaan mitata, kun kohde on kaukana, mutta tarkastelupaikat joko melko lähellä toisiaan tai molemmat kulkureitin varrella?
    - Tarkastelupaikkojen välimatka AB. Kolmiomittauksen yhteydessä välimatkaa AB kutsutaan peruslinjaksi.

- Kaksi kolmion kulmaa, α ja β, jotka syntyvät tarkastelupaikkojen välillä olevan kolmion sivun ja tarkastelupaikoista kohteeseen lähtevien sivujen välille.



Kuva A.4 *Kolmiomittausta havainnollistava piirros.*

Etäisyyksien AC ja BC määrittämistä varten tarvitaan sinilausetta. Sinilauseen mukaan kolmion kulman sinin ja sen vastaisen sivun pituuden suhde on yhtä suuri kahden muun kolmion kulman sinin ja sen vastaisen sivun pituuden suhteen kanssa. Sinilause voidaan siis esittää seuraavasti, kun kolmion kulmat ovat α, β ja γ ja niiden vastaiset sivut ovat a, b ja c:

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c} \tag{A.35}$$

Sinilause sisältää kaksi yhtäsuuruusmerkkiä ja se voidaankin tulkita itse asiassa kolmena erillisenä yhtälönä:

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} \tag{A.36}$$

$$\frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c} \tag{A.37}$$

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\gamma}{c} \tag{A.38}$$

56. Miten sinilausetta voidaan hyödyntää kolmiomittauksessa, kun tiedetään ainoastaan kaksi kulmaa ja niiden välisen sivun pituus?

- Koska kolmion kulmien summa on 180°, voidaan ratkaista kolmion tuntemattoman kulman suuruus.
- Kun kulman suuruus on ratkaistu, voidaan valita kumpi tuntemattomista sivuista halutaan ratkaista.

57. Miten kolmiomittauksen kulmien mittaus kannattaa käytännössä tehdä? Erityisesti kulmien määrittäminen saattaa olla hankalaa.
    - Mittaamisessa kannattaa käyttää apuna esimerkiksi läheisiä puita ja keppejä.
    - Kulmaa määrittäessä toinen silmä pidetään kiinni ja siirrytään esimerkiksi puunrungon kohdalle siten, että kohde menee juuri ja juuri rungon taakse piiloon. Tähän kohtaan asetetaan esimerkiksi keppi, joka kulkee rungon reunasta kohti silmää.
58. Kunkin ryhmän tehtävänä on määrittää jonkin kaukaisen kohteen etäisyys käyttäen kolmiomittausta. Lopuksi verrataan saatua tulosta kartalta laskettuun matkaan.
59. Miten etäisyyden mittausta voisi hyödyntää oman sijainnin selvittämisessä?
    - Vinkki: Piirrä kuva tilanteesta. Etäisyys tietystä kohteesta tiedetään. Missä ollaan?
    - Kun tiedetään etäisyys yhdestä kohteesta, ollaan jossain ympyrän kehällä, kohteen ollessa ympyrän keskipisteenä.
    - Miten tilanne muuttuu, kun tiedetään etäisyys myös jostain toisesta kohteesta?
    - Vinkki: Piirrä kuva tilanteesta. Ajattele ensin kohteita yksittäisinä ja piirrä harpilla kummankin ympärille ympyrä, jonka säde on mitattu etäisyys kyseisestä kohteesta. Missä nyt ollaan?
    - Ympyröiden piirit leikkaavat toisensa kahdessa kohdassa. Toinen niistä on oma sijainti.
    - Miten voitaisiin varmistua, kumpi kahdesta leikkauskohdasta on oma sijainti?
    - Mittaamalla etäisyys vielä kolmannesta kohteesta voidaan varmistua sijainnista.
    - Miksi kolmas kohde ei kuitenkaan ole kovin tarpeellinen?
    - Kahdesta mahdollisesta sijainnista on melko helppoa päätellä kummassa ollaan, mikäli maasto ei ole aivan yksipuolista.

60. Missä muualla hyödynnetään kolmiomittausta?

    - Matkapuhelimen paikantamisessa voidaan hyödyntää (gps-paikannuksen lisäksi) matkapuhelinverkon tukiasemia. Menetelmää kutsutaan tukiasemapaikannukseksi ja se vaatii kolme tukiasemaa toimiakseen. Paikannus perustuu signaaliviiveiden mittaamiseen. Signaaliviiveiden avulla on mahdollista laskea etäisyys tukiasemasta.

Maanmittaustieteiden seura ry. on julkaissut mielenkiintoisen artikkelin kolmiomittauksen historiasta (ks. `http://www.maanmittaustieteidenseura.fi/maanmittaus/2009_1_puupponen.pdf`). Kolmiomittauksella on ollut suuri merkitys maanmittauksessa ja kartoituksessa. Kolmiomittauksesta on jäänyt Suomeen merkittäviä maamerkkejä, kuten Struven-ketju. Kyseinen artikkeli tarjoaa hyvän mahdollisuuden integrointiin. Mikäli haluaa vielä laajemmin tarkastella maanmittausta, aiheeseen littyen löytyy yksinkertainen johdanto, josta voi olla apua opetusta suunnitellessa (ks. `http://users.aalto.fi/~mvermeer/johd.pdf`).

2i. Suunnistaminen ja eteneminen vaelluksella: suunnistaminen Auringon avulla

Aivan matikkavaelluksen lopuksi voidaan vielä miettiä vaihtoehtoisia keinoja suunnistaa. Harva kuljettaa nykyään kompassia mukana, joten on tarpeen osata päätellä ilmansuunta myös ilman sitä. Seuraavassa pohditaan erilaisia suunnistuskeinoja ja tarkastellaan lähemmin Aurinkoa suunnistuksen apuvälineenä.

61. Mitä apukeinoja voidaan käyttää suunnistamiseen, jos käytössä ei ole karttaa, kompassia eikä gps-paikanninta? Seuraavassa muutamia esimerkkejä:

    - taivaankappaleet: Aurinko, Kuu ja tähdet
    - kasvit
    - eläimet
    - maaperä.

62. Miksi on hyvä osata hyödyntää näistä useampia kuin vain yhtä?

    - Osa ei ole aina käytettävissä johtuen olosuhteista (sää, sijainti) ja toisaalta useamman menetelmän käytöllä voi varmistua ilmansuunnasta.

63. Tutustutaan Auringon hyödyntämiseen suunnistuksessa. Mihin Auringon avulla suunnistaminen perustuu?

- Aurinko on tietyssä ilmansuunnassa tiettyyn aikaan päivästä.

64. Mistä ilmansuunnasta aurinko nousee ja mistä laskee (pohjoisella pallonpuoliskolla)?

    - Yleisesti oletetaan, että aurinko nousee idästä ja laskee länteen. Näin on kuitenkin ainoastaan kevät- ja syyspäiväntasauksen aikaan, eli kahtena päivänä vuodessa.
    - Erityisesti etäällä päiväntasaajasta vaihtelu on suurta ja napapiirin pohjoispuolella aurinko ei keskikesällä laske ollenkaan (yötön yö) ja talvella aurinko ei nouse (kaamos).
    - Suomessa aurinko nousee kesäisin koillisesta ja laskee luoteeseen, lukuun ottamatta aivan keskikesää ja Pohjois-Suomea. Talvella aurinko paistaa huomattavasti vähemmän aikaa ja nousee kaakosta ja laskee lounaaseen, lukuun ottamatta aivan keskitalvea ja Pohjois-Suomea.

65. Mistä ilmansuunnasta aurinko kuitenkin paistaa vuodenajasta riippumatta aina klo 12 tai klo 13 (kesäajan aikaan)?

    - suoraan etelästä.

66. Tosin tämäkään ei aivan pidä paikkaansa, paitsi aivan Suomen ja Venäjän rajalla. Miksi?

    - Suomessa on ainoastaan yksi aikavyöhyke, minkä vuoksi läntisemmässä Suomessa aurinko ei paista etelästä, vaan etelän ja kaakon välistä.
    - Aivan Länsi-Suomessa, rannikolla, aurinko nousee, laskee ja paistaa etelästä noin puoli tuntia myöhemmin kuin itärajalla eli noin klo 12.30 tai 13.30.

67. Mihin aikaan aurinko paistaa etelästä Jyväskylässä talvella?

    - Jyväskylä on likimain keskellä Suomea länsi-itä -suunnassa, joten aurinko paistaa etelästä noin klo 12.15.

Pelkän kellonajan ja Auringon perusteella on mahdollista suunnistaa aivan samalla tavalla kuin kompassin avulla. Kun kellonaika on tiedossa, on mahdollista määrittää mistä ilmansuunnasta aurinko paistaa. Kun tämä tiedetään, tiedetään myös kaikki muut ilmansuunnat. Käydään menetelmä läpi seuraavan esimerkin avulla.

Esimerkki 6. Mistä suunnasta aurinko paistaa syksyllä (talviaikaan siirrytty) klo 15.15 Jyväskylässä? Miten ilmansuunta voidaan päätellä?

Seuraavassa on esitetty tarvittava päättelyketju:

- Maa pyörii akselinsa ympäri tasaisella vauhdilla, minkä vuoksi ilmansuunta, josta aurinko paistaa, näyttää maasta katsottuna muuttuvan tasaisella nopeudella.
- Kuinka monta astetta maa pyörähtää akselinsa ympäri yhden tunnin aikana?
- Maa pyörii yhden kerran akselinsa ympäri eli $360°$ noin 24 tunnissa, joten maa pyörii kulmanopeudella $\omega = \frac{360°}{24\,h} = 15\,\frac{°}{h}$.
- Miten tämän tiedon avulla voidaan laskea kulma, josta aurinko paistaa ja miten kulma tulkitaan?

Maalla suunnistaessa riittävä tarkkuus on yleensä tietää väli-ilmansuunnat ja mahdollisesti suunnistaa kahden väli-ilmansuunnan väliin. Ilmansuuntia ja väli-ilmansuuntia on yhteensä $8\,kpl$. Kunkin ilmansuunnan ja väli-ilmansuunnan välissä on yhtä suuri kulma $\beta = \frac{360°}{8} = 45°$.

Kompassissa ilmansuuntia vastaavat kulmat on merkitty siten, että esimerkiksi pohjoinen on $0°$ ja kulma kasvaa myötäpäivään. Nyt halutaan laskea, mihin kulmaan eli ilmansuuntaan päädytään, kun etelää vastaavasta kulmasta edetään kolmea tuntia vastaavan kiertymän verran. Merkitään alkukulmaa ϕ_0. Kiertymä ϕ saadaan, kun alkukulmaan ϕ_0 lisätään kulmanopeus ω kerrottuna alkuhetkestä kuluneella ajalla t:

$$\phi = \phi_0 + \omega t \tag{A.39}$$

Alkukulmana voidaan käyttää periaatteessa mitä tahansa kulmaa, mutta on tiedettävä milloin aurinko paistaa kyseisestä kulmasta, jotta voidaan päätellä alkuhetkestä kulunut aika t. Valitaan alkukulmaksi etelää vastaava kulma, eli $\phi_0 = 180°$. Tällöin kulunut aika $t = 3\,h$, koska Jyväskylässä aurinko on talviaikaan etelässä noin klo 12.15. Koska ollaan Maan pinnalla, niin kulmanopeus $\omega = 15\,\frac{°}{h}$. Sijoitetaan nämä tiedot kaavaan A.39, jolloin saadaan kiertymäksi $\phi = 180° + 15\,\frac{°}{h} \cdot 3\,h = 180° + 45° = 225°$.

Edellä laskettiin, että ilmansuuntien ja väli-ilmansuuntien välinen kulma on $45°$. Kun etelästä edetään myötäpäivään, seuraava väli-ilmansuunta on lounas. Siis Aurinko paistaa lounaasta.

Vastaus: Aurinko paistaa talvella Jyväskylässä klo 15.15 kulmasta $225°$ eli lounaasta.

68. Mitä muuta auringon suunnasta voidaan päätellä kuin ilmansuunta?

    - Jos käytössä on kompassi, voidaan määrittää auringon suunta tarkasti ja näin ollen päätellä kellonaika. Varsinkin tutussa ympäristössä, jossa ilmansuunnat ovat pääteltävissä, on helppoa ”katsoa kelloa auringosta”.
    - Mikäli aikaa on, voidaan rakentaa aurinkokello.

Tehtäviä:

Tehtävä 1: Aki pohtii kannattaisiko hänen hankkia kevyempi kaasukeitin vai makuupussi. Tämän hetkinen kaasukeitin painaa $200\,g$ ja uusi kevyempi painaisi puolet eli $50\,\%$ vähemmän. Akin tämän hetkinen kuitumakuupussi painaa $1\,kg$ ja uusi kevyempi untuvamakuupussi painaisi $20\,\%$ vähemmän. Keventämisen kustannukset ovat molempien osalta samat. Kumpi Akin kannattaa hankkia, ja kuinka paljon enemmän Aki keventää näin peruspainoa verrattuna huonompaan vaihtoehtoon?

Tehtävä 2: Kevytretkeilylle on useita määritelmiä peruspainon mukaan. Seuraavanlaisia määritelmiä käytetään melko yleisesti:

- kevyt: $5 - 10\,kg$
- ultrakevyt: $3 - 5\,kg$
- superultrakevyt: alle $3\,kg$.

Laske kuinka monta prosenttia suunniteltujen varustelistojen yhteispainot poikkeavat edellä annettujen määritelmien ylärajoista. Laske myös kuinka paljon Aki ($m = 75\,kg$) voi ottaa mukaan ruokaa ja kuinka monen päivän vaellukselle ruoka riittää, jos Akin rinkan kokonaispaino saa olla enintään $30\,\%$ Akin omasta painosta. Käytä laskiessasi ruokalistan yhden päivän ruuan kokonaispainoa (jos et muista, kysy opettajalta).

Tehtävä 3: Aki on onnistunut keventämään peruspainon ultrakevyeksi. Ongelmaksi muodostuu kuitenkin ruuan suuri paino. Aki on lähdössä viikon vaellukselle. Hän on varannut jokaista päivää varten lihasäilykkeen, jonka paino on $400\,g$. Lihasäilykkeet ovat $50\,g$ painavissa metallipurkeissa. Aki ottaa lihaa vaellukselle sen suuren proteiinipitoisuuden vuoksi. Säilykelihan proteiinipitoisuus on $17\,\frac{g}{100\,g}$. Kuinka paljon Aki säästää painossa (sekä absoluuttisesti että suhteellisesti), jos hän vaihtaa

(a) kuivattuun jauhelihaan, jonka vesipitoisuus ennen kuivausta on $65\,\%$ ja proteiinipitoisuus $20\,\frac{g}{100\,g}$

(b) soijapaloihin, joiden proteiinipitoisuus on 51,5 $\frac{g}{100\,g}$?

Aki haluaa saada vaihtoehtoisesta proteiininlähteestä saman kokonaismäärän proteiinia kuin lihasäilykkeistä. Kuivattu jauheliha ja soijapalat voidaan pakata hyvin kevyisiin muovipusseihin, eikä niiden painoa tarvitse huomioida tehtävässä. Kuivauksessa jauhelihan vesipitoisuuden voidaan ajatella yksinkertaisuuden vuoksi pienenevän nollaan prosenttiin.

(c) Laske molempien vaihtoehtoisten proteiininlähteiden päiväannoksen paino.

Tehtävä 4: Tutki kuinka paljon päivittäinen energiantarpeesi olisi vaelluksella. Aktiivisuuskerroin riippuu esimerkiksi maastosta, kantamuksen painosta, nopeudesta sekä päivämatkan pituudesta. Normaalisti aktiivisuuskerroin vaihtelee vaelluksella välillä $1{,}5-3$. Kuinka paljon pitäisi tällöin syödä yhden päivän aikana

(a) pakastekuivattua valmisruokaa, jonka energiatiheys on 450 $\frac{kcal}{100\,g}$

(b) suklaata, jonka energiatiheys on 550 $\frac{kcal}{100\,g}$?

Laske myös kuinka paljon saisit laskemastasi määrästä ruokaa ravintoaineita, kun

(c) $100\,g$ pakastekuivattua valmisruokaa sisältää $60\,g$ hiilihydraatteja, $20\,g$ proteiinia ja $10\,g$ rasvaa

(d) $100\,g$ suklaata sisältää $49\,g$ hiilihydraatteja, $11\,g$ proteiinia ja $33\,g$ rasvaa.

Tehtävä 5: Aki tulostaa vaellustaan varten maastokartan A4-arkille (koko $210\,x\,297\,mm$). Aki tulostaa kartan siten, että etelä-pohjoissuunta on arkin pidemmän sivun suuntainen. Arkin reunoille Aki haluaa $1\,cm$ valkoisen reunan. Tulostettavan alueen koko on etelä-pohjoissuunnassa $10\,km$. Mikä on kartan mittakaava, ja kuinka suuri alue kartalla on länsi-itä -suunnassa?

Tehtävä 6: Vaellusreitin loppupiste sijaitsee $100\,km$ alkupisteestä kaakkoon. Kuinka suuri reittiä kuvaavan karttatulosteen pitää olla, kun kartan mittakaava on 1:50000? Mikä on tulosteen sivujen pituuden suhde?

Tehtävä 7: Olkoon kaksi vaihtoehtoista reittiä s_1 ja s_2. Reitin s_1 painotettu matka on pienempi kuin reitin s_2. Onko myös reitin s_1 (todellinen) matka pienempi kuin reitin s_2? Perustele vastauksesi.

Tehtävä 8: Aki päättää mitata askelparinsa tasaisessa tunturimaastossa. Hän mittaa kartalta kahden rakennuksen olevan noin 320 m:n etäisyydellä toisistaan. Aki laskee tällä välillä 246 askelparia.

(a) Kuinka pitkä Akin askelpari on?

(b) Kuinka monta askelparia Aki kulkee sadan metrin matkalla?

(c) Seuraavalle autiotuvalle on kartalla (mittakaava 1:20000) 5,5 cm. Kuinka monta askelparia autiotuvalle on matkaa?

Tehtävä 9: Aki on saapunut suuren tunturin juurelle. Reitti huipulle on lähes tasaista nousua. Akilla on kartta, jonka mittakaava on 1:20000. Hän mittaa olinpaikkansa ja tunturin huipun suoraksi välimatkaksi 4 cm. Aki laskee jatkuvasti vaeltaessaan askelpareja. Tunturin huipulle tullessaan hän hämmästyy, kun askelparien mukaan hän onkin kävellyt aivan eri matkan kuin kartalta määritetyn matkan, vaikka käveli aivan suoraan. Akin askeleen pituus on noin 0,7 m. Askelpareja tulee yhteensä 750.

(a) Kuinka pitkä matka on kartalta määritettynä?

(b) Kuinka pitkä matka on askelparien avulla määritettynä?

(c) Aki tajuaa pian mistä ero johtuu. Hän laskee kartalta reitillään ylittämiensä korkeuskäyrien (5 m) määrän. Kuinka monta korkeuskäyrää reitillä on?

Tehtävä 10: Mitä merkitystä korkeuskäyrien tiheydellä on? Kerro lyhyesti.

Tehtävä 11: Piirrä korkeuskäyrien avulla seuraavista kuvauksista karttamerkintä. Olkoon kartan mittakaava 1:5000.

(a) loivasti alkava 200 m pitkä ja 100 m leveä rinne (kaltevuuden suhdeluku 0,05), joka jyrkkenee voimakkaasti (kaltevuuden suhdeluku 0,5) kohti tasaisempaa huippua (kaltevuuden suhdeluku 0,01)

(b) 100 m leveä suppa, joka syvenee melko tasaisesti reunoilta (kaltevuuskulma 30°) ja jonka syvin kohta on 30 m tasaista ympäristöä alempana

(c) 100 m pitkä ja 50 m leveä laakso, jonka pohja on 20 m reunoja alempana

(d) kiemurteleva 1,5 km pitkä, $20 - 100\,m$ leveä ja $10 - 50\,m$ syvä kanjoni, jonka reunat ovat äkkijyrkät.

Tehtävä 12: Aki haluaa tehdä vaellussauvoihinsa merkinnät kaltevuuskulman mittausta varten. Aki haluaa sauvoissa näkyvien astelukujen olevan väliltä $5 - 50°$ viiden asteen välein. Mille korkeuksille Aki merkitsee kunkin kaltevuuskulman, kun sauvojen pituus on 1,2 m?

Tehtävä 13: Aki suunnittelee lähtevänsä vaeltamaan Pohjois-Italian alpeille, Dolomiittien vuoristoon. Alta Via 1 -vaellusreitti on kartalla 150 km pitkä vuoristoreitti. Aki arvioi keskimääräisen kaltevuusprosentin olevan reitillä noin $10 - 17\,\%$. Kuinka pitkä reitti todellisuudessa on?

Tehtävä 14: Mitä tapahtuu kaltevuusprosentille, kun kaltevuuskulma on suurempi tai yhtä suuri kuin $45°$? Tutki ja kuvaile.

Tehtävä 15: Rinteen kaltevuusprosentti on $15\,\%$ rinteen alimmasta ja ylimmästä pisteestä mitattuna. Rinteessä on kohta, jossa $10\,m$:n matkalla on $4\,m$ nousua. Miten tämä on mahdollista? Perustele vastauksesi.

Tehtävä 16: Aki kävelee yöttömän yön aikaan tasaista nopeutta siten, että aurinko on koko ajan hänen selkänsä takana. Mihin Aki päätyy, kun hän jatkaa kävelyä vuorokauden?

Tehtävä 17: Aki on hukannut kellonsa kesävaelluksella Itä-Lapissa, mutta kompassi on tallessa. Kompassin mukaan aurinko paistaa noustessaan $35°$ kulmasta.

(a) Paljonko kello on?

(b) Mihin aikaan aurinko laskee?

Tehtävä 18: Aki kävelee ensin kilometrin luoteeseen ja sitten kaksi kilometriä länteen.

(a) Kuinka kauas lähtöpisteestä Aki on kävellyt?

(b) Aki haluaa kävellä takaisin lähtöpisteeseen. Mihin ilmansuuntaan hän lähtee?

A.2.3 Luonnon arkkitehti

Aiheen esittely:

Aiheen tarkoituksena on tuoda esille luonnossa esiintyviä kiinnostavia ilmiöitä (rakenteita ja prosesseja), joita voidaan mallintaa matemaattisesti. Luonnossa on useita yllättävän säännöllisiä ilmiöitä, kuten aallot ja kasvien terälehdet. Toisaalta luonnossa on paljon sellaisia rakenteita, joita on vasta hiljattain pystytty kuvaamaan matemaattisesti. Kyseisiä rakenteita kutsutaan fraktaaleiksi, ja tällaisia ovat esimerkiksi lumihiutaleet.

Tavoitteena ei ole niinkään tarkastella, miten ilmiöiden matemaattinen mallinnus käytännössä onnistuu. Sen sijaan tavoitteena on luoda kokonaiskäsitys erilaisista mallinnettavista ilmiöistä ja tutkia, miten kyseisiä ilmiöitä on ajan saatossa hyödynnetty ja esitetty tieteessä ja taiteessa. Ihminen on "kopioinut" luonnossa esiintyviä ilmiöitä yllättävän paljon. Vasta hiljattain on alettu todella ymmärtää mahdollisuus hyödyntää luonnon monipuolisia ilmiöitä esimerkiksi arkkitehtuurissa tai materiaalitieteessä. Luonnon "kopioimista" tekniikan sovelluksiin kutsutaan biomimetiikaksi (myös biomimiikka tai bioniikka), joka on aivan oma kasvava tieteenalansa. Kyseessä on hyvin monialainen tieteenala, jossa myös matemaattisella mallinnuksella on oma roolinsa.

Aiheen käsittelyn kannalta on tärkeää pohtia, miksi joitain luonnossa esiintyviä ilmiöitä on mahdollista mallintaa niin yksinkertaisin matemaattisin mallein. Onko luonnolla ja matematiikalla jokin yhteys? Kysymys on mielenkiintoinen ja tiedemaailmassa on mielipiteitä sekä vastaan että puolesta. Ideana on, että oppilaille jää selkeä käsitys matematiikan kyvystä mallintaa mitä ihmeellisempiä asioita. Aiheeseen liittyen on olemassa paljon epätieteellisiä lähteitä, joten on tärkeää muistaa painottaa oppilaille, että aiheeseen liittyen ei ole olemassa varmuutta.

Aihe on hyvin haastava ja vaatii hyvää englannin kielen taitoa, sillä tietoa on olemassa hyvin vähän suomen kielellä. Oppilaiden tehtävänä on tehdä ryhmätyö jostakin oppimateriaalissa mainitusta aiheesta. Kutakin ryhmätyöaihetta varten on annettu muutamia kysymyksiä, joihin ryhmätyön tulisi vastata. Lähteitä ryhmätyön tiedonetsintää varten on annettu valmiina ja myös lähdekirjallisuutta on lueteltu. Aiheesta on olemassa muutamia aihetta monipuolisesti tarkastelevia teoksia. Niiden hankkiminen koulun käyttöön on hyvin suositeltavaa.

Ryhmätyön lisäksi tutustutaan yhdessä tarkemmin yhteen hyvin arkipäiväiseen fraktaaliin, puuhun. Myös yksi ryhmätöistä esittelee erilaisia fraktaaleita. Mahdollisuuksien mukaan tarkoituksena on mitata ja vertailla puun eri osien mittasuhteita. Tätä varten olisi hyvä olla tiedossa koulun lähistöllä kaatunut puu, jossa on vielä oksat tallella. Erityistä huomiota kiinnitetään jo Da Vincin havaitsemaan "sääntöön", jonka mukaan puun runko oksineen vastaa yhteispoikkipinta-alaltaan joka korkeudella puun tyven poikkipinta-alaa. Myös fyllotaksiaan eli lehtiasentoon voidaan tutustua tutkimalla oksien sijoittumista puun runkoon. Oksien haaroittuminen noudattaa ainakin osassa puulajeista melko tarkasti Fibonaccin lukujonoa. Voidaan myös pohtia näiden havaintojen biologista merkitystä tai sitä, miksi tarkasteltava puu ei välttämättä noudata kyseisiä säännönmukaisuuksia.

Koska luonto on innoittanut tieteentekijöiden lisäksi myös useita taiteilijoita, oppilaiden tehtävänä on suunnitella tutkitusta puusta tehtyjä havaintoja hyväksi käyttäen jokin käyttö- tai koriste-esine, esimerkiksi naulakko. Esineen ei kuitenkaan tarvitse noudattaa aivan tarkkaan säännönmukaisuuksia, jotta myös luovuudelle jää tilaa. Jollain tavalla esineen suunnittelussa tulisi kuitenkin näkyä ”luonnosta kopioiminen” ja matemaattinen lähestymistapa. Erityisesti esineen mittasuhteet tulee suunnitella tarkasti matematiikkaa hyödyntäen. Suunnittelutyö voidaan toteuttaa kuvaamataidon tunneilla ja esineen toteutus käsityötunneilla.

Oppimistavoitteet:

- ajattelun taidot ja menetelmät: sääntöjen ja riippuvuuksien etsiminen ja esittäminen täsmällisesti, matemaattisen tekstin tulkitseminen ja tuottaminen, valmiiden tietokoneohjelmien hyödyntäminen matematiikan opiskelussa
- funktiot: kuvataan riippuvuuksia sekä graafisesti että algebrallisesti
- tietojen käsittely ja tilastot: tiedon kerääminen, jäsentäminen ja analysointi, keskiarvo, erilaisten diagrammien tulkitseminen sekä tuottaminen.

Keskeiset sisällöt:

- fibonaccin lukujono, kultainen leikkaus, kultainen spiraali
- symmetria
- alkuluku
- fraktaalit, itsesimilaarisuus
- otantatutkimus, suoran sovittaminen havaintopisteisiin.

Integroitavat oppiaineet: Biologia, fysiikka, kemia, englanti, kuvataide, käsityö.
Tarvittavat välineet: Muistiinpanovälineet, mittanauhoja, työntömittoja.
Oppimisympäristö: Osiossa 2 oppimisympäristönä metsä, josta löytyy kaatunut tai kaadettavissa oleva puu. Osioissa 1 ja 3 oppimisympäristönä toimii pääasiassa luokkahuone.
Arvioitu kesto: Ryhmätyön tekemiseen (tai sarjan katseluun) 4−6 kpl 45 minuutin oppituntia, mittauksiin ulkona 2 kpl 45 minuutin oppituntia, esineen suunnitteluun ja toteutukseen 6 − 12 kpl 45 minuutin oppituntia.
Toteutus:

Aihe on jaettu kolmeen osaan suoritusjärjestyksen ja oppimisympäristön mukaan. Ensimmäisen osan on tarkoitus tutustuttaa oppilaat aiheeseen ryhmätöiden tai vaihtoehtoisesti videoiden avulla. Toisessa osassa siirrytään luokkahuoneen ulkopuolelle tutkimaan puun mittasuhteita. Viimeisessä osassa oppilaiden tehtävänä on suunnitella jokin "luonnon inspiroima" esine ja toteuttaa se esimerkiksi puukäsityönä tai tekstiilityönä.

1a. Luonnon matematiikkaa -ryhmätyö

Ryhmätöissä tutustutaan johonkin luonnossa esiintyvään ilmiöön, jota voidaan mallintaa matemaattisesti. Ryhmätöiden tuotoksena syntyy esimerkiksi posteri tai diaesitys, joka esitetään muille ryhmille. Seuraavassa on annettu valmiita aiheita ryhmätöitä varten. Kutakin aihetta varten on annettu muutamia ohjeita ja ideoita liittyen tuotoksen sisältöön.

Asioita, jotka tulisi huomioida kaikissa aiheissa:

- viittauksia aiheeseen liittyvään matemaattiseen teoriaan (kaikkiin aiheisiin liittyen ei välttämättä löydy selkeästi)
- havainnollistavia kuvia, joista käy mahdollisesti ilmi myös matemaattinen teoria
- ilmiön yhteyksiä biologiaan, fysiikkaan ja kemiaan, ts. selityksiä sille, miksi ilmiö esiintyy luonnossa.

A. Fibonaccin lukujono:

- Mikä on Fibonaccin lukujono?
- Miten Fibonaccin lukujono on saanut alkunsa?
- Kuka oli Fibonacci, jonka mukaan lukujono on nimetty?
- Missä Fibonaccin lukujono esiintyy? Anna muutamia (2-3 kpl) esimerkkejä.

B. Fyllotaksia:

- Mitä tarkoittaa fyllotaksia?
- Miten fyllotaksia tulee esille luonnossa?

- Listaa lyhyesti esimerkkejä (4-6 kpl) ja esittele muutama (2-3 kpl) tarkemmin.

C. Kultainen leikkaus:

- Mitä tarkoitetaan kultaisella leikkauksella? Miten se määritellään?
- Miten kultainen leikkaus liittyy luontoon?
- Kultaisen leikkauksen sanotaan usein miellyttävän silmää. Mitä tällä tarkoitetaan, missä yhteyksissä väite esiintyy ja pitääkö väite paikkansa?

D. Kultainen spiraali

- Miten Fibonaccin lukujono ja kultainen leikkaus liittyvät toisiinsa?
- Mikä on kultainen spiraali ja miten se saadaan aikaan?
- Missä kultainen spiraali esiintyy luonnossa? Anna muutamia (3-4 kpl) esimerkkejä.

E. Kultainen leikkaus taiteessa ja arkkitehtuurissa

- Millä tavoin kultainen leikkaus tulee esille taiteessa ja arkkitehtuurissa? Anna muutamia (3-4 kpl) esimerkkejä.
- Pitävätkö väitteet kultaisen leikkauksen käytöstä esimerkiksi pyramidien ja antiikin Kreikan temppelien mittasuhteissa paikkansa?
- Miten kultaista leikkausta hyödynnetään nykyaikana? Kerro esimerkiksi valokuvauksesta ja kultaisesta leikkauksesta.

F. Symmetria

- Mitä tarkoitetaan symmetrialla?
- Esittele tasokuvioiden esimerkkien avulla peilisymmetria, pyörähdyssymmetria ja pistesymmetria.
- Missä luonnossa esiintyy symmetriaa? Anna muutamia (3-5 kpl) esimerkkejä. Mainitse esimerkkiin liittyvä symmetrian laji.

G. Laatoitukset

- Mitä tarkoitetaan laatoituksella (eng. tessellation)?
- Missä luonnossa esiintyy laatoituksia? Anna muutamia (2-3 kpl) esimerkkejä.
- Miksi mehiläiskenno koostuu säännöllisistä kuusikulmioista?
- Mitä yhteistä on suorakaiteella, tasasivuisella kolmiolla ja säännöllisellä kuusikulmiolla?

H. Halkeamat

- Mitä halkeamat ovat ja miten ne syntyvät?
- Mitä halkeamat kertovat materiaalista?
- Halkeamia löytyy kaikkialta, tutki lähiympäristöä ja anna muutamia (2-3 kpl) esimerkkejä kuvien kanssa. Anna lisäksi netistä löytyviä esimerkkejä.

I. Kuplat ja vaahto

- Miten kuplat kiinnittyvät toisiinsa muodostaessaan vaahtoa?
- Missä kuplia ja vaahtoa esiintyy luonnossa? Anna muutamia (3-4 kpl) esimerkkejä.
- Miten kuplia on hyödynnetty arkkitehtuurissa? Anna muutamia (3-4 kpl) esimerkkejä.

J. Fraktaalit

- Mitä fraktaalit ovat? Kerro lyhyesti esimerkin avulla.
- Missä fraktaalela muistuttavia rakenteita esiintyy luonnossa? Anna muutamia (3-4 kpl) esimerkkejä. Miksi ne eivät ole fraktaaleja?
- Mikä on Mengerin pesusieni, ja mikä tekee siitä erikoisen?

K. Laulukaskaat

- Mikä on alkuluku?

- Miten alkuluvut liittyvät laulukaskaisiin (eng. cicadas)?
- Missä ja miten alkulukuja käytetään? Anna muutamia (2-3 kpl) esimerkkejä.
- Lähde: http://www.bbc.com/news/magazine-14305667

L. Biomimetiikka

- Mitä tarkoitetaan biomimetiikalla (eng. biomimetics, myös biomimicry tai bionics)?
- Mitä ongelmia biomimetiikan avulla voidaan ratkaista ja mihin ratkaisut perustuvat?
- Anna muutamia (3-4 kpl) esimerkkejä biomimetiikan sovelluksista.
- Lähde: http://biomimicry.net/

Aiheeseen liittyen netissä:

- Rastislav Telgarsky, Mathematics and Engineering Innovation Inspired by Nature. 2014. Saatavissa: http://www.degruyter.com/view/j/tmmp.2014.61.issue-1/tmmp-2014-0028/tmmp-2014-0028.xml
- Wikipedia, Patterns in Nature. 2015. Saatavissa: https://en.wikipedia.org/wiki/Patterns_in_nature
- Ron Knott, Fibonacci Numbers and the Golden Section. 2014. Saatavissa: http://www.maths.surrey.ac.uk/hosted-sites/R.Knott/Fibonacci/fib.html

Aihetta käsitteleviä kirjoja:

- Philip Ball, Nature's Patterns: A Tapestry in Three Parts. Oxford University Press, 2009.
  - Shapes
  - Flow
  - Branches.
- Georg Glaeser, Nature and Numbers: a mathematical photo shooting. Ambra Verlag, 2013.

- Ian Stewart, The Mathematics of Life. Basic Books, 2011.
- Jay Kappraff, Beyond Measure: A Guided Tour Through Nature, Myth, and Number. World Scientific Pub Co Inc, 2003.
- Janine Benyus, Biomimicry: Innovation Inspired by Nature. Harper Perennial, 2002.
- Petra Gruber, Biomimetics in Architecture: Architecture of Life and Buildings. Springer Vienna Architecture, 2010.

Aiheissa riittää paljon käsiteltävää myös biologian, maantiedon, fysiikan ja kemian oppitunneille. Erityisesti voidaan tarkastella, miksi luonnossa esiintyy juuri kyseisenlaisia ilmiöitä. Ilmiöt ovat muokkautuneet luonnossa pitkään kestäneen evoluution myötä, minkä vuoksi ne ovat biomimetiikan tutkimuksen kohteena.

1b. Koodien maailma

BBC:n tuottama Koodien maailma (eng. The Code) on kolmiosainen sarja, jossa matemaatikko Marcus du Sautoy esittelee matematiikan ja luonnon yhteyksiä [153]. Sautoy on matematiikan professori Oxfordin yliopistossa [145]. Hänet tunnetaan erityisesti työstään matematiikan popularisoinnin parissa. Sarjassa Sautoy näyttää, kuinka luvut ja niiden suhteet tulevat esille kaikkialla maailmassa, rakenteen koosta riippumatta [153]. Sautoyn mukaan maailmaa ”hallitsee” salaperäinen koodi.

Ensimmäinen jakso käsittelee lukuja ja niiden ilmenemistä kaikkialla maailmassa [113]. Sautoyn mukaan luvut ovat osa piilossa olevaa matemaattista maailmaa, joka sisältää säännöt, jotka vaikuttavat kaikkeen maailmassa. Toisessa jaksossa aiheena ovat muodot. Muotoja löytyy esimerkiksi kivimuodostelmista, hunajakennosta, suolakiteistä sekä saippuakuplista. Sautoy esittelee myös erilaisia fraktaaleita. Kolmas jakso käsittelee ennustamista; koodin (matematiikan) avulla on mahdollista ennustaa luonnonilmiöitä.

2. Puumatikka

Tämän osion toteuttamista varten siirrytään luokkahuoneen ulkopuolelle. Koska tarkoituksena on mitata puun mittasuhteita, tarvitaan kaatunut puu, jossa on oksat tallella. Aloitetaan osio tarkastelemalla ensin eläviä puita.

1. Ovatko puut fraktaaleja ja jos ovat, niin miten tämä tulee esille?

- Tarkastellaan esimerkiksi isoa koivua. Verrataan koko koivua esimerkiksi alimpaan suureen oksaan. Jos oksan nyt suurentaisi siten, että sen pituus vastaisi koko puun pituutta, näyttäisivät oksa ja koko puu hyvin samanlaisilta. Tätä ominaisuutta kutsutaan itsesimilaarisuudeksi.
- Useat puulajit muistuttavat fraktaaleja, mutta ne eivät kuitenkaan ole fraktaaleja, sillä puut eivät haaraudu loputtomasti.

2. Mitä mittoja puusta voitaisiin mitata? Seuraavassa muutamia esimerkkejä:

   - puun pituus
   - puun tyven halkaisija
   - puun halkaisija kullakin haarautumiskorkeudella (esimerkiksi haarautuman alapuolelta)
   - kunkin haarautuman
     - pituus
     - halkaisija tyvestä
     - haarautumiskulma suhteessa edelliseen haarautumaan
     - haarautumiskorkeus suhteessa edelliseen haarautumaan.

3. Seuraavaksi tehtävänä on pohtia, mitä mitatuilla tiedoilla voitaisiin tehdä. Tarkoituksena on etsiä esimerkiksi suhteita, jotka näkyvät joko yhtä suurina kaikkialla puussa tai muuttuvat tasaisesti eli lineaarisesti esimerkiksi haarautumiskorkeuden mukaan. Ideointia varten on hyvä tarkastella puuta useammalta suunnalta. Seuraavassa esimerkkejä erilaisista analyyseistä havainnon ja siitä heränneen kysymyksen avulla:

   - Paksummat haarautumat näyttäisivät olevan pidempiä. Onko haarautuman paksuudella ja pituudella jokin yhteys? Muuttuuko kyseinen yhteys haarautumiskorkeuden mukaan?
   - Mitä korkeammalla haarautuma on, sitä lyhyempi ja ohuempi haarautuma näyttäisi olevan (ainakin joidenkin puulajien kohdalla). Onko haarautumiskorkeudella jokin yhteys haarautuman pituuteen tai paksuuteen (tai haarautumiskulmaan)?

4. Miten saataisiin määritettyä sekä puun että haarautumien poikkipinta-alat?

   - Puun rungon ja haarautumien poikkipinta-alat ovat yleensä lähes ympyröitä, joten poikkipinta-alan laskemiseen voidaan käyttää halkaisijaa, joka on helpointa mitata työntömitalla.

5. Miten halkaisija saadaan mitattua?

    - Puun runko ja oksat ovat poikkipinta-alaltaan melko pyöreitä, joten halkaisija voidaan mitata työntömitalla. Kannattaa kuitenkin kiinnittää huomiota oksan muotoon ja mitata halkaisija vaikka kahdesta suunnasta ja laskea niiden keskiarvo.

6. Leonardo da Vinci huomasi jo 500 vuotta sitten, että puun rungon ja haarautumien poikkipinta-aloilla on selvä yhteys. Mikä tämä yhteys voisi olla?

    - da Vincin ”puusäännön” mukaan haarautumien yhteenlaskettu poikkipinta-ala vastaa rungon tyven poikkipinta-alaa. Ja toisaalta jokaisessa haarautumiskohdassa haarautumien ja rungon poikkipinta-alojen summa vastaa rungon poikkipinta-alaa ennen haarautumaa.
    - Rungon poikkipinta-ala pienenee haarautumisen myötä haarautuman poikkipinta-alan verran. Tästä seuraa, että jos kaikki puun haarautumat käännettäisiin rungon suuntaisiksi ylöspäin, runko muodostaisi haarautumien kanssa tasapaksun ”puun” aivan latvaan saakka.

7. Mitataan seuraavaksi kaatuneesta puusta vähintäänkin edellä mainitut mitat ja merkitään ne heti mittauksen jälkeen muistiin. Mitataan aina ensimmäiseen haarautumaan eli oksiin saakka. Lisäksi mitataan muutamasta isosta oksasta vastaavat suureet. Mittaamista varten oppilaat kannattaa jakaa 2-3 hengen ryhmiin. Kukin ryhmä mittaa kerrallaan yhden haarautuman. Kun haarautuman haarautumiskorkeus ja haarautumiskulma on mitattu, voidaan haarautuma katkaista puusta tai merkitä jotenkin, jotta jatkomittaukset on helpompi tehdä. Opettajan on hyvä ensin havainnollistaa mittaamista ja tulosten kirjaamista.

Seuraavaksi tutkitaan mitattujen suureiden välisiä riippuvuuksia eli korrelaatiota piirtämällä ja laskemalla. Piirtäminen ja laskenta kannattaa suorittaa taulukkolaskentaohjelmaa käyttäen. Opettaja voi ensin koota tulokset ja jakaa taulukon sitten kaikille oppilaille. Mittaustulosten kokoaminen taulukkolaskentaohjelmaan vie paljon aikaa ja on mekaanista toimintaa, joten opettaja voi tehdä sen itsenäisesti. Oppilaat voivat työskennellä samoissa ryhmissä. Taulukkolaskentaohjelman käyttö soveltuu tarkoitukseen hyvin, sillä sen avulla voi nopeasti kokeilla laskemalla mitattujen suureiden välisiä suhteita ja piirtämällä kuvaajia.

Tarkoituksena on tutkia suureiden välisiä riippuvuuksia piirtämällä ensin pistediagrammi, jossa on kuvattu kahden muuttujan muodostamat lukuparit. Jo pistediagrammin muodosta on mahdollista päätellä, asettuvatko pisteet samalle suoralle. Lineaarisen regression avulla voidaan helposti muodostaa havaintopisteisiin sovitettu (pienimmän neliösumman menetelmä) suora. Laskemalla Pearsonin otoskorrelaatiokerroin voidaan vielä tarkastella, kuinka voimakkaasti havaintoarvot korreloivat.

Tieteellisessä tutkimuksessa pidetään mielenkiintoisina ja tärkeinä ilmiötä kuvaavien muuttujien välisiä riippuvuuksia. Kahden muuttujan välistä tilastollista riippuvuutta kutsutaan korrelaatioksi, ja korrelaation voimakkuutta voidaan kuvata esimerkiksi Pearsonin korrealaatiokertoimella. Kahden muuttujan välisestä riippuvuudesta halutaan usein luoda myös ns. regressiomalli eli käytännössä sovittaa jokin käyrä havaintopisteisiin siten, että se kuvaisi mahdollisimman hyvin havaintopisteiden jakaumaa. Lineaarisen regression tapauksessa sovitettava käyrä on ensimmäisen asteen yhtälö eli suora, joka on muotoa $y = kx + b$, jossa k on suoran kulmakerroin ja b vakiotermi. Taulukkolaskentaohjelmalla suoran sovittaminen on yksinkertaista ja nopeaa.

Pearsonin otoskorrelaatiokerroin r_{xy} kuvaa tarkasteltavien muuttujien välistä korrelaatiota. Sille pätee:

- $-1 \leq r_{xy} \leq 1$.
- Jos $r_{xy} = 0$, muuttujien välillä ei ole lineaarista korrelaatiota.
- Jos $r_{xy} = -1$, muuttujien välillä on täydellinen negatiivinen lineaarinen korrelaatio eli toisen muuttujan arvon kasvaessa toisen arvo pienenee.
- Jos $r_{xy} = 1$, muuttujien välillä on täydellinen positiivinen lineaarinen korrelaatio eli toisen muuttujan arvon kasvaessa myös toisen arvo kasvaa.
- Otoskorrelaatiokertoimen arvon lähestyessä nollaa muuttujien välinen lineaarinen korrelaatio pienenee, mutta $r_{xy} = \pm 0{,}4$ vastaa vielä heikkoa positiivista tai negatiivista lineaarista korrelaatiota.

Tehtäviä. Tarkastellaan seuraavissa tehtävissä ainoastaan puun runkoa ja ensimmäisiä haarautumia eli oksia.

Tehtävä 1: Laske kunkin mitatun suureen keskiarvo.

Tehtävä 2: Laske kunkin haarautuman poikkipinta-ala.

Tehtävä 3: Laske rungon poikkipinta-ala tyvessä ja kullakin haarautumiskorkeudella.

Tehtävä 4: Piirrä pistediagrammi, jossa on esitetty haarautuman pituus ja säde. Määritä havaintopisteille

(a) sovite käyttämällä taulukkolaskentaohjelman LINREGR-funktiota (eng. LINEST)

(b) otoskorrelaatiokerroin käyttäen taulukkolaskentaohjelman PEARSON-funktiota.

Tulkitse sanallisesti muuttujien välistä suhdetta hyödyntäen pistediagrammia sekä otoskorrelaatiokerrointa.

Tehtävä 5: Tee taulukkoon uusi sarake ja laske siihen haarautuman pituuden ja säteen suhde eli osamäärä. Piirrä pistediagrammi, jossa on esitetty suhde ja haarautumiskorkeus. Määritä havaintopisteille

(a) sovite

(b) otoskorrelaatiokerroin.

Tulkitse sanallisesti muuttujien välistä suhdetta hyödyntäen pistediagrammia sekä otoskorrelaatiokerrointa.

Tehtävä 6: Tutki edellisissä tehtävissä kuvatulla tavalla, onko haarautumiskorkeudella yhteys haarautuman paksuuteen tai pituuteen.

Tehtävä 7: Tutkitaan seuraavaksi Da Vincin ”puusääntöä”. Tee taulukkoon uusi sarake. Laske siihen jokaisen haarautuman kohdalle rungon haarautumiskorkeuden poikkipinta-ala vähennettynä haarautuman poikkipinta-alalla. Tämän pitäisi vastata likimain rungon poikkipinta-alaa seuraavalla haarautumiskorkeudella. Toisaalta viimeisen haarautuman jälkeen arvoksi pitäisi jäädä likimain nolla. Pitääkö tämä paikkansa?

Tutkitaan seuraavaksi, onko koko puulla samankaltaisuutta sen oksien kanssa.

Tehtävä 8: Jotta puun runkoa ja oksia voitaisiin vertailla, tarvitsee suureista tehdä jollakin tavalla ensin vertailukelpoisia. Mittakaavan avulla on mahdollista skaalata suureet vertailukelpoiseksi. Laske rungon ja oksan mittakaava

(a) käyttäen oksan ja rungon pituutta

(b) käyttäen oksan ja rungon tyven halkaisijaa.

Tehtävä 9: Skaalaa määritetyn mittakaavan avulla oksasta mitatut suureet ja vertaa niitä rungosta mitattuihin vastaaviin suureisiin. Kokeile molempia määritettyjä mittakaavoja. Kuvaile sanallisesti tuloksia.

Todellisuudessa fraktaalien skaalaus ei ole aivan niin yksikertaista kuin edellä mittakaavan avulla tarkasteltuna, mutta idea on samankaltainen.

3. Luonnosta tuotteeksi

Seuraavaksi kunkin oppilaan tulee suunnitella jokin koriste- tai käyttöesine, joka jollain tavalla ilmentää luontoa. Ideana on siis hyödyntää esimerkiksi jotain edellä käsitellyistä ryhmätöiden aiheista tai tutkimusta puun mittasuhteista. Työskentely koostuu sekä suunnittelu- että toteutusvaiheesta. Erityisesti suunnitteluvaiheessa tulee käyttää matematiikkaa avukseen. Toteutusmenetelmiä voi olla useita, esimerkiksi puu-, metalli-, tai tekstiilityö. Suunnittelu- ja toteutusvaiheen välillä on tärkeää ymmärtää mittakaavan käsite, mikäli toteutettava esine on suuri.

Suunnittelutyö voidaan tehdä vuorotellen kuvataiteen, matematiikan ja käsityön opettajien avustuksella. Esimerkki suunnittelun etenemisestä:

1. Oppilaalla on idea esineestä ja siinä hyödynnettävästä luonnonilmiöstä. Oppilaalla on myös käsitys esineen koosta sekä toteutusmenetelmästä. Käsityön opettaja arvioi, voiko kyseistä esinettä toteuttaa ja antaa neuvoja sen suunnitteluun sekä mahdollisiin muutoksiin.

2. Oppilas piirtää kuvataiteen tunnilla luonnoksen, jossa on otettu huomioon kyseinen esineeseen toteutettava ilmiö.

3. Matematiikan opettaja avustaa ilmiön ”kopioimisen” kanssa. Tässä vaiheessa on hyvä tarkistaa myös luonnoksen mittakaava.

4. Käsityön opettaja käy oppilaan kanssa läpi esineen toteuttamisen.

5. Oppilas toteuttaa esineen.

Työn on tarkoitus mahdollistaa oppilaan taiteellinen luovuus. Näin ollen riittää, että toteutettava esine ilmentää luontoa vain osittain; tarkka luonnon ”kopioiminen” ei ole tavoitteena. Esineen toteutuksessa voidaan pyrkiä myös käyttämään luonnonmateriaaleja tai viimeistelyssä pyrkiä huomioimaan luonto jollain tavalla.